Inleidende oefeningen

1. a) Hoeveel vierkanten kan je vinden in een schaakbord?
   b) Hoeveel in een dambord (10×10 vakjes)?
   c) *** Hoeveel in een bord van $n \times n$?
   d) * Hoeveel in een rechthoekig bord van 6 bij 10?
   e) ** Hoeveel in een rechthoekig bord van $n \times m$?

2. a) Hoeveel diagonalen heeft een vijfhoek? En een zeshoek? En een tienhoek?
   b) ** Geef een uitdrukking met n als onbekende voor het aantal diagonalen dat een n-hoek heeft.

3. Bij een voetbalwedstrijd is de ruststand 2–1 en de eindstand 4–4. Hoeveel manieren zijn er waarop de score bij deze wedstrijd kan zijn verlopen?

4. Bij een tenniswedstrijd spelen Fernandes en Phillipousis net zo lang totdat één van hen drie sets gewonnen heeft (best-of-five). Met de serie FFF geven we aan dat Fernandes de eerste drie sets wint. Als Phillipousis de tweede set wint en Fernandes de overige drie (en dus de wedstrijd) dan noteren we dat met FPFF.
   a) Noteer alle series waarbij er na precies 4 sets een winnaar is.
   b) Hoeveel manieren zijn er waarop de partij kan verlopen?

5. Van een groep van 400 jongeren lezen er 143 de Telegraaf, 37 de Volkskrant en 228 jongeren lezen geen krant. Hoeveel van deze jongeren lezen zowel de Telegraaf als de Volkskrant?

6. Bij een verkeerscontrole worden van auto's de verlichting en de staat van de banden gecontroleerd. Bij 18 van de 95 gecontroleerde auto's waren de banden niet in orde en bij 24 auto's mankeerde iets aan de verlichting. Bij 10 auto's waren zowel de banden als de verlichting niet in orde. Bij hoeveel auto's werden geen gebreken geconstateerd? Gebruik de volgende kruistabel:

		verlichting		
		OK	Niet OK	
banden	OK	?		
	Niet OK		10	18
			24	95

7. In een klas van 29 leerlingen hebben zes leerlingen een onvoldoende voor Duits en elf leerlingen een onvoldoende voor Engels. Vier leerlingen hebben een onvoldoende voor beide proefwerken. Hoeveel leerlingen hebben een voldoende voor beide proefwerken?

8. Lees het volgende krantenartikel:

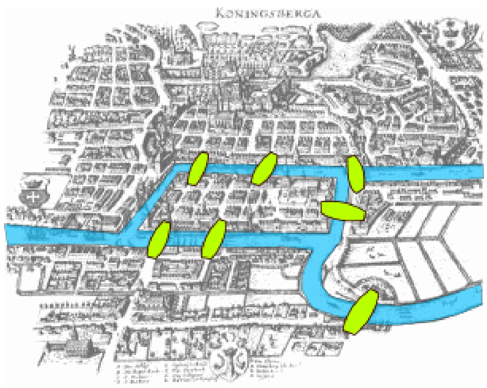
Inleidende oefeningen

> Politie bekeurt tientallen automobilisten Alkmaar – De intensieve controle op het rijden onder invloed van alcohol heeft gisteren op de wegen rond Alkmaar tientallen automobilisten een bekeuring opgeleverd. Er werd gecontroleerd buiten de bebouwde kom tussen 17.00 en 22.30 uur. Van de 512 gecontroleerde bestuurders hadden er maar liefst 76 te diep in het glaasje gekeken. Het onderzoek naar de technische staat van het voertuig dat gelijktijdig plaatsvond, leverde 32 bekeuringen op. Onder de bestuurders waarvan de auto te veel gebreken vertoonde bevonden zich zes personen die ook al bekeurd waren voor het rijden onder invloed. Van twee van hen werd het rijbewijs ingenomen. De politie kondigt aan met de controles nog geruime tijd door te gaan.

Hoeveel bestuurders kregen geen bekeuring?

9. We willen de volgende vraag oplossen: “Op hoeveel manieren kunnen de leerlingen van deze klas gaan zitten als er voor elke leerling precies 1 plaats beschikbaar is?” Om dit probleem op te lossen proberen we een eenvoudigere variant:
   a) Op hoeveel manieren kunnen 3 mensen op 3 plaatsen gaan zitten?
   b) En 4 mensen op 4 plaatsen?
   c) En 29 mensen op 29 plaatsen?

10. *** (Doordenkertje voor liefhebbers) De stad Koningsbergen (heden ten dage Kaliningrad) lag in het oosten van Pruisen aan de rivier de Pregel, waarin twee eilanden lagen die door zeven bruggen met elkaar en met de vaste wal verbonden waren; dit staat hieronder schematisch afgebeeld. De inwoners van Koningsbergen hielden wel van een zondagse wandeling en vroegen zich af of het mogelijk is om zó te wandelen dat je precies één keer over elke brug liep.



Dit probleem is in 1736 opgelost door Leonhard Euler en vormde daarmee het begin van de *grafentheorie*, een tak van de wiskunde.

Oplossingen

Inleidende oefeningen

1. a) 204
   b) 385
   c) $\frac{(n(n+1)(2n+1))}{6}$
   d) 175
   e) $nm+(n-1)(m-1)+(n-2)(m-2)+\ldots+(n-m)\cdot 1$ (met $n \geq m$) (Als je een mooiere formule vindt, krijg je een tractatie.)
2. a) 10, 15, 45
   b) $\frac{n(n-1)}{2}$
3. 10
4. a) *
   b) 28
5. 8
6. 63
7. 16
8. 410
9. a) 6
   b) 24
   c) 29!