

Deze toets bestaat uit 23 opgaven. Voor elk onderdeel is aangegeven hoeveel punten kunnen worden behaald. Er zijn maximaal 63 punten te behalen. Antwoorden moeten altijd zijn voorzien van een berekening, toelichting of argumentatie.

Alleen voor de vragen over hypothesetoetsen en dynamische systemen mag je een rekenmachine gebruiken.

Binaire getallen

- 1p 1. Schrijf 346 als binair getal.
- 2p 2. Bereken $11010 + 100111100$ als binaire getallen.
- 1p 3. Reken het vorige getal weer om naar een decimaal getal.
- 5p 4. Voer de berekening $15 \times 6 = 90$ uit in binair.

Complexe getallen

- 2p 5. Bereken alle oplossingen van de vergelijking $3x^2 + x + 5$.
- 2p 6. Bereken exact $\sqrt[4]{3 - 4i}$ en bereken de norm van het antwoord.
- 4p 7. Reken $\frac{1+\sqrt{5}i}{2}$ en zijn geconjugeerde om naar polaire vorm en bereken hun product.
- 3p 8. Leg uit dat $e^{i\phi} = \cos \phi + i \sin \phi$.

Matrices

Deze opgave speelt zich af in de toekomst wanneer RTL en SBS de televisie in Nederland beheersen: alle kijkers stemmen af op RTL of SBS.

Elke avond vechten deze twee omroepen om de gunst van de kijker. Zij weten van tevoren niet wat de ander op de buis zal brengen.

We onderscheiden vier soorten programma's: Sport, Reality, Soap en Quiz. Hoeveel kijkers een omroep trekt hangt niet alleen af van wat zij zelf uitzendt, maar ook van wat de concurrent uitzendt. Als bijvoorbeeld SBS Reality uitzendt en RTL een Soap, trekt SBS 60% van de kijkers (en RTL dus 40%). In de matrix hiernaast staan de percentages kijkers die SBS trekt in de verschillende gevallen.

		RTL			
		Sp	Re	So	Qu
SBS	Sp	50	60	70	80
	Re	40	50	60	70
	So	30	40	50	60
	Qu	20	30	40	50

- 2p 9. Wie trekt de meeste kijkers, SBS of RTL? Verklaar je antwoord.

- 3p 10. SBS besluit om at random 3 uur per etmaal aan Quiz te besteden en 7 uur aan elk van de drie andere soorten. Wat is het gemiddelde percentage dat SBS trekt, als RTL4 Sport uitzendt? En als RTL Reality uitzendt of Soap of Quiz? Gebruik matrix-vermenigvuldiging.
- 2p 11. Wat zou jij uitzenden als je SBS was? En als je RTL was? Verklaar je antwoord.

Kettingbreuken

- 4p 12. Bereken het getal dat correspondeert met de periodieke kettingbreukontwikkeling $[\overline{3, 5, 7}]$.
- 3p 13. Bereken de kettingbreukontwikkeling die hoort bij $\sqrt{15}$.

Wikipedia

Wikipedia is een internationale internet-encyclopedie. In maart 2012 bevatte de Nederlandstalige editie ruim één miljoen artikelen. Over een langere periode bleek de groei van het aantal artikelen steeds sterker te worden: in de 23 weken van 19 april tot 27 september 2012 groeide de Nederlandstalige Wikipedia uit tot 1.120.987 artikelen. Neem aan dat het aantal artikelen vanaf 19 april exponentieel groeide en in de toekomst met dezelfde factor blijft groeien.

- 4p 14. Bereken het aantal artikelen op 19 april 2014.
- Er wordt beweerd dat meer dan 40% van alle artikelen van de Nederlandstalige Wikipedia door een computer gegenereerd is. Bij een test in 2014 werden 50 willekeurige artikelen opgevraagd. Daarvan waren er 28 door een computer gegenereerd.
- 6p 15. Onderzoek met het toetsen van hypothesen met een significantieniveau van 1% of dit voldoende reden geeft om te veronderstellen dat meer dan 40% van de artikelen computerartikelen zijn.

Naamsbekendheid

Een bepaald merk wasmiddel is bekend bij 50 van 100 ondervraagden. Met een reclamecampagne wil de fabrikant van het wasmiddel de naamsbekendheid vergroten. Volgens een reclamebureau kan de naamsbekendheid door een intensieve campagne groeien met 2% per week.

$U(n)$ is het aantal ondervraagden per 100 dat het wasmiddel na n weken campagne voeren kent.

- 2p 16. Geef een recursieve formule voor $U(n)$:

$$\begin{cases} U(0) = \\ U(n) = \dots \quad (n = 1, 2, \dots) \end{cases}$$

- 2p 17. Bereken met de GR de naamsbekendheid na een half jaar.
- 3p 18. Geef een directe formule voor $U(n)$.

Het model van 2% groei per week dat het reclamebureau hanteert, kan niet goed zijn.

1p 19. Waarom niet?

In plaats van exponentiële groei bekijken we nu een logistisch groeimodel voor de naamsbekendheid, men spreekt ook wel van geremde groei.

$V(n)$ is het aantal ondervraagden per 100 dat het wasmiddel na n weken campagne voeren kent volgens dit tweede model.

We gaan uit van het volgende:

- $V(n)$ kan niet groter worden dan 100 (het verzadigingsniveau),
- $V(0) = 50$,
- $V(1) = 51$ (dus de eerste week 2% groei).

Er geldt: $V = c \cdot V(n-1) \cdot (100 - V(n-1))$, voor $n = 1, 2, \dots$. Hierbij is $V = V(n) - V(n-1)$ en is c een of andere constante.

2p 20. Bereken c .

1p 21. Bereken $V(26)$.

3p 22. Bepaal met behulp van de GR in welke week het verschil tussen beide modellen minstens 14 is.

In deze opgave is sprake van twee modellen. Bij het eerste model hoort een lineaire iteratieve functie, bij het tweede een kwadratische.

5p 23. Geef van beide functies een formule.