

Deelsommen van meetkundige rijen

Oefening 1

In de schaakbordopgave heb je gezien dat

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1.$$

dus

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{63} = \frac{3^? - 1}{2}$$

Oefening 2 MR

$$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$$

$q = ?$, $t_7 = ?$, $s_7 = ?$

Oefening 3 Vierkant vullen

Teken een vierkant. Geef de helft een kleurtje. En van het niet ingekleurde deel weer de helft. Doe dit een keer of 4. Een hoeveelste deel van het vierkant is nu ingekleurd?

Als je dit oneindig zou doorzetten, wordt dan het hele vierkant ingekleurd?

Tip: kies voor het vierkant een afmeting die meerdere keren deelbaar is door 2, bv. 8 cm.

Oefening 4 * Een fles vullen op een nogal onhandige manier

1. Je hebt een fles van 1 l. Deze vul je eerst voor de helft. Dan doe je er nog een kwart bij. Dan een achtste, een zestiende enz. Raakt de fles ooit vol? Hint: Vind de meetkundige rij en bereken een deelsom.
2. Tot hoe ver kan je de fles vullen als je er eerst een derde in doet, dan een negende erbij, dan een zevenentwintigste enz.?

Oefening 5 Machten en wortels

1. Maak een lijst van alle regels rond machten en wortels die je kent. Schrijf telkens een voorbeeld op en probeer er een formule van te maken.

Bijvoorbeeld: $3^5 \cdot 3^6 = 3^{11} = 3^{5+6}$, in formulevorm: $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$.

Maak een samenvatting van alle regels rond machten en wortels. (Er zijn er zeker 21 te vinden!) Probeer ze systematisch te ordenen.

Deelsommen van meetkundige rijen

2. Onderzoek hoe de machtregele met regels voor wortels in verband staan.

Voorbeeld: Bij de regel $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$ hoort de regel $\sqrt[m]{a \cdot b} = \sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[m]{b}$. Komen deze overeen? Ja, als je $n = \frac{1}{m}$ kiest. Onderzoek voor elke machregel of er ook een bijbehorende regel voor wortels is.

Oplossingen

1. $\frac{3^{64}-1}{2}$
2. $a = \frac{1}{3}$, $t_7 = \frac{1}{729}$, $s_7 = \frac{1093}{729} \approx 1,5$
3. $\frac{15}{16}$
4. a) ja
b) $\frac{2}{3}$