

Verwachtingswaarde

1. Bij een spel wordt met drie munten gegooid. De inzet is €2. Indien drie keer 'kop' verschijnt, ontvang je €5. Indien twee keer 'kop' verschijnt, ontvang je €3. In alle andere gevallen krijg je niets. De stochast W is de winst bij dit spel.
 - a) Welke waarden kan W aannemen?
 - b) Geef de kansverdeling van W .
 - c) Teken het kanshistogram van W .
2. Bij de Amerikaanse roulette is het speelveld verdeeld in 38 sectoren, die genummerd zijn van 1 tot en met 36 en verder met 0 en 00. Van de nummers 1 tot en met 36 is de helft rood, de andere helft zwart. De nummers 0 en 00 zijn groen. Per spelletje komt het balletje willekeurig op één van de 38 sectoren terecht.

Voor \$1 mag je inzetten op één van de nummers 1, ..., 36. Je krijgt \$36 uitbetaald indien het balletje op jouw nummer belandt, anders krijg je niets.

 - a) Bereken in dit geval de verwachtingswaarde van je winst.

Je mag ook voor \$1 inzetten op één van de kleuren rood en zwart. Je ontvangt dan \$2 indien het balletje op een nummer van jouw kleur belandt.

 - b) Bereken in dit geval de verwachtingswaarde van je winst.

Willem zet in op de kleur rood. Als hij dan wint, stopt hij. Anders speelt hij nóg twee spelletjes en zet daarbij steeds in op rood (daarna stopt hij sowieso). De stochast W is Willems (uiteindelijke) winst.

 - c) Bereken $P(W > 0)$ in drie decimalen nauwkeurig.
 - d) Bereken $E(W)$ in drie decimalen nauwkeurig.
3. Bij een loterij worden 50 loten verkocht. Er is een eerste prijs van €100, twee tweede prijzen van €50 en drie derde prijzen van €10. We noemen een loterij *eerlijk* indien de verwachtingswaarde van de winst gelijk is aan nul. Wat moet bij deze loterij een lot kosten om van een eerlijke loterij te kunnen spreken?
4. De stochast X is het aantal ogen bij een worp met een dobbelsteen.
 - a) Bereken $E(X^2)$.

Bij een spelletje mag je tegen betaling van €7 met een dobbelsteen werpen. Het dubbele van het aantal geworpen ogen krijg je uitbetaald.

 - b) Bereken de verwachtingswaarde van je winst W .

Verwachtingswaarde

Oplossingen

1. a) $\{-2, 1, 3\}$

b)
$$\frac{n}{P(W = n)} \left\| \begin{array}{c|c|c} -2 & 1 & 3 \\ \hline \frac{1}{2} & \frac{3}{8} & \frac{1}{8} \end{array} \right.$$

c) *

2. a) $E(W) = -\frac{1}{19}$

b) $E(W) = -\frac{1}{19}$

c) $P(W > 0) = P(W = 1) = \frac{18}{38} + \frac{20}{38} \cdot \left(\frac{18}{38}\right)^2 = \frac{4059}{6859} \approx 0,592$

d) $1 \cdot \frac{4059}{6859} + (-1) \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^2 \cdot \frac{18}{38} \cdot 2 + (-3) \cdot \left(\frac{20}{38}\right)^3 \approx -0,108$

3. €4,60

4. a) $E(X^2) = 15\frac{1}{6}$

b) $E(W) = E(2X - 7) = 2E(X) - 7 = 2 \cdot 3\frac{1}{2} - 7 = 0$