

Deze toets bestaat uit 14 opgaven. Voor elk onderdeel is aangegeven hoeveel punten kunnen worden behaald. Er zijn maximaal 40 punten te behalen. Antwoorden moeten altijd zijn voorzien van een berekening, toelichting of argumentatie.

De som is zeven

Bij het gooien met vier dobbelstenen levert twee enen, een twee en een drie som 7 op. In totaal zijn er 12 mogelijkheden om met vier dobbelstenen twee enen, een twee en een drie te gooien. Een mogelijkheid is bijvoorbeeld 1 2 1 3.

- 3p 1. Noteer systematisch de 12 mogelijkheden.
- 3p 2. Hoeveel mogelijkheden zijn er om met vier dobbelstenen som 7 te krijgen?
- 4p 3. Hoeveel mogelijkheden zijn er om met minimaal vijf dobbelstenen som 7 te krijgen?

Bloedgroepen

Een reisgezelschap bestaat uit 19 Nederlanders, 14 Duitsers en 12 Engelsen. Hoe de bloedgroepen zijn verdeeld zie je in tabel 2. Uit dit gezelschap wordt een Nederlander, een Duitser en een Engelsman gekozen. Hoeveel drietallen zijn mogelijk

- 3p 4. waarbij twee bloedgroep A hebben en één bloedgroep 0?
- 4p 5. met drie personen met verschillende bloedgroep?

	A	B	0
Ned	8	2	9
Dui	6	1	7
Eng	5	1	6

Tabel 1: Bloedgroepen

Permutaties en combinaties

- 1p 6. Vul een berekening in: Het aantal permutaties van 3 uit 8 is ...
- 1p 7. Vul in: $7! = \dots$
- 1p 8. Vul een berekening in: Het aantal combinaties van 3 uit 5 is ...

Gezondheid in Afrika

In tabel staat informatie over vier landen in Afrika met grote gezondheidsproblematiek. De tabel gaat over 2012.

land	aantal inwoners $\times 1\,000\,000$	bruto nationaal product in $\$ \times 1\,000\,000$	percentage inwoners zonder toegang tot veilig drinkwater	aantal artsen
Kenia	43,2	76 000	41	7 780
Malawi	15,9	14 300	17	320
Oeganda	47,8	11 200	28	57 360
Tanzania	36,3	16 200	47	3 630

Tabel 2: Bloedgroepen

- 2p 9. Voeg een kolom toe met het aantal inwoners zonder toegang tot veilig drinkwater. Geef de antwoorden in miljoenen en rond af op één decimaal.
- 2p 10. In 1970 had Malawi 4 531 000 inwoners. Wat is de procentuele toename van het aantal inwoners van Malawi in de periode 1970–2012?
- 3p 11. In 2013 was het bruto nationaal product van Kenia 5,1% hoger dan in 2012. Bereken het bruto nationaal product van Kenia in 2013 in miljarden dollars nauwkeurig.

Letters in een rooster

De letters A, B, C, D, E, F, G en H worden in een rooster met vier rijen en drie kolommen geplaatst. In tabel 3 zie je een van de bijna 20 miljoen manieren om dit te doen.

D		B
E	G	
	A	C
H		F

Tabel 3: Letters in een rooster

- 3p 12. Hoeveel manieren zijn er?
- 4p 13. Hoeveel manieren zijn er waarbij de letters A, B, C en D in één kolom staan?

Rudolf Steiner

```
R E N I E T S T E I N E R
E N I E T S F S T E I N E
N I E T S F L F S T E I N
I E T S F L O L F S T E I
E T S F L O D O L F S T E
T S F L O D U D O L F S T
S F L O D U R U D O L F S
T S F L O D U D O L F S T
E T S F L O D O L F S T E
I E T S F L O L F S T E I
N I E T S F L F S T E I N
E N I E T S F S T E I N E
R E N I E T S T E I N E R
```

- 3p 14. Op hoeveel manieren kan je in bovenstaand rooster de naam Rudolf Steiner lezen, beginnend van de R in het midden, waarbij je na elke letter van richting mag wisselen?
Tip: Maak gebruik van de symmetrie.

Uitwerkingen en korreksimodel

- $$\begin{array}{cccc} 1 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 & 2 \\ 3 & 1 & 2 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 1 \end{array}$$
1. 12 stuks: [1], systematisch: [1]
2. $12 + 2 \times 4 = 20$ [1] met 1 keer 4 en 3 keer 1: 4 [1], met 2221: 4, samen 28 [1]
3. 11113: 5 [1]; 11122: $\binom{5}{2} = 10$ [1]; 111112: $\binom{6}{1} = 6$ [1], 1111111: 1, samen 22 [1]
4. $8 \times 6 \times 6[1] + 8 \times 5 \times 7[1] + 6 \times 5 \times 9 = 838[1]$
5. $8 \times 1 \times 6 + 8 \times 7 \times 1[1] + 6 \times 2 \times 6 + 6 \times 1 \times 9[1] + 5 \times 1 \times 9 + 5 \times 2 \times 7 = 345[1]$
6. $8 \times 7 \times 6 \times = 336$ [1]
7. $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$ [1]
8. $\binom{5}{3} = 10$ [1]
9. kolom toevoegen, [1] voor berekening, [1] voor antwoorden
- | | |
|-----------------------------------|--|
| inwoners zonder veilig drinkwater | |
| $43,2 \times 0,41 = 17,7$ | |
| $15,9 \times 0,17 = 2,7$ | |
| $47,8 \times 0,28 = 13,4$ | |
| $36,3 \times 0,47 = 17,1$ | |
10. $\frac{15,9-4,531}{4,531}[1] = 251\%[1]$
11. $76 \times 1,051$ [2] ≈ 80 miljard [1]
12.
 - 4 lege hokjes: $\binom{12}{4} = 495$ [1]
 - 8 permuteren: $8! = 40320$ [1]
 - $8! \cdot \binom{12}{4} = 19.958.400$ [1]
13.
 - 1 kolom kiezen: $\binom{3}{1} = 3$ [1]

- ABCD permuteren: $4! = 24$, EFGH permuteren: $4! = 24$ [1]
- 4 lege hokjes kiezen: $\binom{8}{4} = 70$ [1]
- dat alles keer elkaar: 120.960 [1]

14. $\binom{12}{6}[2] \cdot 4 = 3696$ [1]