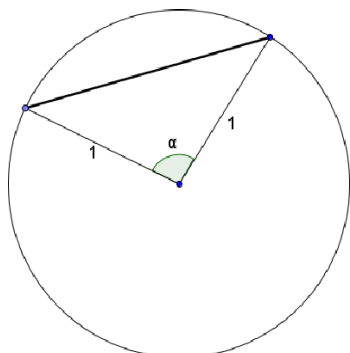
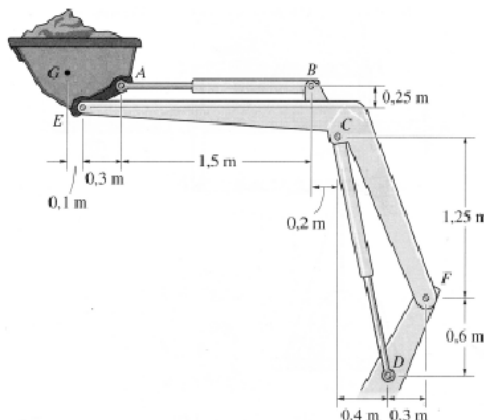


Hoekberekening in de vlakke meetkunde



Figuur 1: Koorde in cirkel



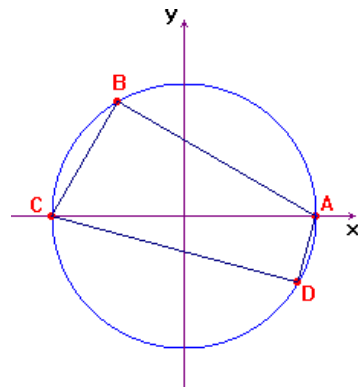
Figuur 2: Kraanarm

1. De Griekse astronoom Ptolemeüs (ca. 85–150 na Chr.) berekende planeetbanen. Als hulpmiddel ontwikkelde hij koordentafels waarin hij lengten van korden in de eenheidscirkel tot op vijf decimalen nauwkeurig berekende. In fig. 1 zie je een voorbeeld van een koorde.
 - a) Als je hoek α kent, dan kun je de lengte van de koorde berekenen. Hoe lang is de koorde als $\alpha = 40^\circ$?
 - b) Omgekeerd kun je α berekenen als je de lengte van de koorde kent. Bereken α in graden nauwkeurig als de koorde 1,5 lang is.
 - c) **vwo**: Geef een uitdrukking in α voor de lengte van de koorde.
 - d) Op een willekeurige cirkel ligt een koorde met middelpuntshoek 20° en lengte 5. Bereken de straal van de cirkel.
2. Een kast van 100 cm hoog en 40 cm diep wordt voorwaarts gekanteld. De kast staat onder een hoek van 55° met de grond. Bereken de hoogte van het hoogste punt van de kast.
3. Een schuifladder staat tegen de muur. In helemaal uitgeschoven toestand staat hij onder een hoek van 29° t.o.v. de muur. Helemaal ingeschoven, met het voetstuk op dezelfde plaats, staat de ladder onder een hoek van 53° . Hij raakt de muur dan op een hoogte van 5 meter.
 - a) Bereken de maximale lengte van de ladder.
 - b) Bereken de maximale hoogte waarop de ladder de muur raakt (het voetstuk blijft op zijn plaats).
4. Bereken bij fig. 2 de hoek tussen de staven CD en DF .

Hoekberekening in de vlakke meetkunde

5. a) Teken een gelijkzijdige driehoek met zijden 2.
 b) Bereken hiermee de exacte waarden van de sinus, cosinus en tangens voor de hoeken 30° en 60° .
 c) Teken een gelijkbenige rechthoekige driehoek met rechthoekszijden 1 en bereken hiermee de waarden voor 45° .
 d) Met een hele lange dunne driehoek kan je beredeneren wat de waarden voor de hoeken 0° en 90° zouden moeten zijn. Probeer eens.
 e) Zet je resultaten in een tabel. Zie je de regelmaat?

6. Hiernaast zie je een assenstelsel getekend. De punten A , B , C en D liggen op een cirkel om de oorsprong met straal 1. De hoeken die de stralen naar A , B , C en D maken met de positieve helft van de x -as zijn 0° , 120° , 180° en 330° . Bereken de oppervlakte van het vierhoek $ABCD$. (vwo:) geef een exact antwoord!

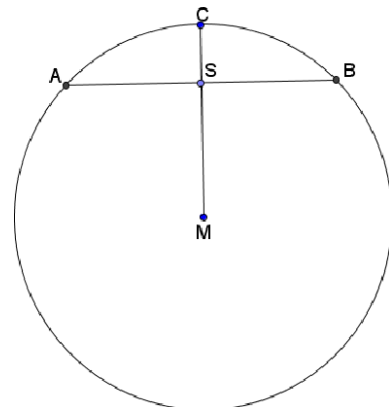


7. **Raadsel van een forum:** Gegeven is de straal MS die loodrecht op de koorde AB staat. We noteren de lengte van de koorde AB met k en de straal van de cirkel met R . Verder noteren we de lengte van CS met h .

Toon aan dat:

$$R = \frac{k^2}{8h} + \frac{h}{2}$$

Hint: Er geldt $SM = Rh$ en gebruik de rechthoekige driehoek MSB en de stelling van Pythagoras om een vergelijking in R op te stellen.



Oplossingen

- | | | |
|--|-----------------|----------------------------------|
| 1. a) 0,68 | 2. 104 cm | 5. * (controleer met de GRM) |
| b) $97,18^\circ$ | 3. a) 13,68 m | 6. $\frac{\sqrt{3}+1}{2} = 1,36$ |
| c) $k = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ | b) 11,97 m | 7. * |
| d) 14,4 | 4. $38,8^\circ$ | |