Deze toets bestaat uit **??** opgaven. Voor elk onderdeel is aangegeven hoeveel punten kunnen worden behaald. Er zijn maximaal **??**unten te behalen. Antwoorden moeten altijd zijn voorzien van een berekening, toelichting of argumentatie.

Alleen voor de vragen over hypothesetoetsen mag je een rekenmachine gebruiken.

Binaire getallen

1p 1. Schrijf 247 als binair getal.

2p 2. Bereken $1110 + 1011100$ als binaire getallen.

1p 3. Reken het vorige getal weer om naar een decimaal getal.

5p 4. Voer de berekening $8 \times 9 = 72$ uit in binair.

Complexe getallen

2p 5. Bereken alle oplossingen van de vergelijking $x^2 + x + 1$.

2p 6. Bereken exact $2 + \sqrt{5}i + \pi + 3i$ en bereken de norm van het antwoord.

4p 7. Reken $\frac{1+\sqrt{5}i}{2}$ en zijn geconjugeerde om naar polaire vorm en bereken hun product.

Matrices

A, B, C en D hebben onderlinge schulden en tegoeden. De bedragen (in euro) staan in de matrix M. Voorbeeld: C heeft 3 euro schuld aan A.

$$M = \begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} A & B & C & D \end{array} \\ \begin{bmatrix} 0 & -3 & -3 & 2 \\ 3 & 0 & 4 & -5 \\ 3 & -4 & 0 & -1 \\ -2 & 5 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

De matrix heeft twee bijzonderheden:

- op de hoofddiagonaal (van links-boven naar rechts-onder) staan alleen nullen,
- de matrix is “anti-symmetrisch” ten opzichte van de hoofddiagonaal.

2p 8. Leg uit waarom de schuldenmatrix M deze bijzonderheden heeft.

4p 9. Bereken het totale tegoed van elk van de vier personen. Gebruik matrixvermenigvuldiging.

S is een of andere 4x4-schuldenmatrix (dus met de twee bijzonderheden).
Gegeven is dat $[1\ 1\ 1\ 1] \cdot S = [5\ \ -8\ x\ 1]$

5p 10. Bereken het getal x.

1p 11. Waarmee moet je S vermenigvuldigen om de vector te krijgen waarin de schulden van de vier personen staan?

Kettingbreuken

4p 12. Bereken het getal dat correspondeert met de periodieke kettingbreukontwikkeling $[\overline{1, 2, 3}]$.

3p 13. Bereken de kettingbreukontwikkeling die hoort bij $\sqrt{10}$.

Zachte winters

In de 87 jaren van 1901 tot en met 1987 kwamen er 35 winters voor die worden betiteld als zachte winters.

Op basis hiervan gaat men ervan uit dat de kans op een zachte winter ieder jaar $\frac{35}{87}$ is.

Het valt een medewerker van het KNMI op dat in de 20 jaren na 1987, van 1988 tot en met 2007, het aantal zachte winters relatief veel groter is. Die periode telde namelijk maar liefst 15 zachte winters. Op basis van deze waarneming stelt hij dat het klimaat in Nederland aan het opwarmen is en dat als gevolg daarvan de kans op een zachte winter gestegen is.

5p 14. Onderzoek met een hypothesetoets of er voldoende reden is om aan te nemen dat de kans op een zachte winter in de periode 1988–2007 significant groter is dan die in de periode 1901–1987. Gebruik een significantieniveau van 1%.

Draaiende schijven

Bij een spel met drie onafhankelijk van elkaar draaiende schijven is de inzet 1 euro. Op elke schijf staan de cijfers 0 tot en met 9. De schijven draaien met grote snelheid rond en door een druk op een knop kun je de schijven tot stilstand brengen. Bij bepaalde cijfercombinaties die zo tevoorschijn komen win je een prijs. Zo win je 75 euro als er drie gelijke cijfers tevoorschijn komen. Bij een controle wordt het apparaat op zuiverheid gecontroleerd.

8p 15. De controleur speelt het spel 100 keer en telt hoe vaak geen enkele 5 tevoorschijn komt.

Bij welke aantallen zal de zuiverheid van het apparaat niet in twijfel worden getrokken? Neem $\alpha = 0{,}01$.