

Deelsommen van meetkundige rijen

Oefening 1

In de schaakbordopgave heb je gezien dat

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{63} = 2^{64} - 1.$$

$$1 + 3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^{63} = \frac{3^? - 1}{2}$$

Oefening 2 MR

$$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$$

$$q = ?, t_7 = ?, s_7 = ?$$

Oefening 3 Vierkant vullen

Teken een vierkant. Geef de helft een kleurtje. En van het niet ingekleurde deel weer de helft. Doe dit een keer of 4. Een hoeveelste deel van het vierkant is nu ingekleurd? Tip: kies voor het vierkant een afmeting die meerdere keren deelbaar is door 2, bv. 8 cm.

Oefening 4 * Een fles vullen op een nogal onhandige manier

1. Je hebt een fles van 1 l. Deze vul je eerst voor de helft. Dan doe je er nog een kwart bij. Dan een achtste, een zestiende enz. Raakt de fles ooit vol? Hint: Vind de meetkundige rij en bereken een deelsom.
2. Tot hoe ver kan je de fles vullen als je er eerst een derde in doet, dan een negende erbij, dan een zeventwintigste enz.?

Deelsommen van meetkundige rijen

Oefening 5 De rijen van Michael Stifel

De in Esslingen geboren augustijnse monnik en wiskundige Michael Stifel (1487–1567) schreef in 1544 een boek met de titel "Arithmetica integra" (rekenkunde met gehele getallen). Daarin geeft hij een gedachte weer, die (in vergelijkbare vorm) ook Archimedes van Syracuse (287–212 v.C.) al had: hij vergelijkt de beide rijen

$$\begin{array}{cccccccc} 2, & 4, & 8, & 16, & 32, & 64, & \dots & \rightarrow \infty \\ 1, & 2, & 3, & 4, & 5, & 6, & \dots & \end{array}$$

De eerste rij is een meetkundige rij met rede $q = 2$. De tweede rij is een rekenkundige rij met verschil $v = 1$.

- a) Wat is er bijzonder aan deze twee rijen? Vergelijk het eerste getal met de rede dan wel het verschil!
- b) Wat zijn de volgende getallen in de rijen?
- c) Zet deze rijen verder *naar links* (min. 5 getallen).
- d) Schrijf de getallen in de meetkundige rij als machten van 2.
- e) Wat volgt hieruit?

Oplossingen

1. $\frac{3^{64}-1}{2}$
2. $q = \frac{1}{3}$, $t_7 = \frac{1}{729}$, $s_7 = \frac{1093}{729} \approx 1,5$
3. $\frac{15}{16}$
4.
 - a) ja
 - b) $\frac{2}{3}$