

VMBO

Wiskunde

Periode Combinatoriek

oktober 2010

Deze toets bestaat uit 15 opgaven. Voor elk onderdeel is aangegeven hoeveel punten kunnen worden behaald. Er zijn maximaal 31 punten te behalen. Antwoorden moeten altijd zijn voorzien van een berekening, toelichting of argumentatie.

Fietsers op een rij

Langs het Spaarne rijden soms wel 8 fietsers naast elkaar. Dat is best asociaal, zeker daar ze ook nog in een extreem langzaam tempo fietsen.

1. 2p Op hoeveel manieren kunnen 8 fietsers op een rijtje naast elkaar fietsen?

Ballonnen

Anneke mag 4 ballonnen uitzoeken bij de McDonald's. In het rek van de clown staan 15 verschillende ballonnen, waarvan er 7 blauw, 2 rood, 3 geel en 3 paars zijn.

2. 2p Op hoeveel manieren kan Anneke haar 4 ballonnen met elk een andere kleur kiezen?
3. 2p Op hoeveel manieren kan Anneke 4 blauwe ballonnen kiezen?

Gekleurde dobbelstenen

Jopie gooit met twee dobbelstenen met daarop 6 kleuren: rood, geel, blauw, oranje, groen en paars.

4. 3p Zet alle mogelijke uitkomsten in een tabel en bepaal het aantal uitkomsten waarbij je geen kleuren dubbel gooit. Leg uit!

Eendjes in een roeiboot

In een roeiboot nemen 5 eendjes plaats. Eén van de eendjes is de stuurman en één van de eendjes schrobt het dek.

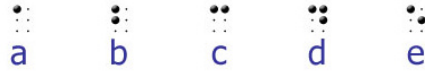
5. 2p Hoeveel tweetallen (stuurman en dekschrobber) kunnen zo gekozen worden?

Driehoek van Pascal

6. 1p Welk getal staat er in de vijfde rij (begin te tellen van 0!) in het midden in de driehoek van Pascal?

Brailleschrift

In het brailleschrift worden de tekens gevormd door zes stippen die al dan niet voelbaar gemaakt zijn. Hieronder zie je enige letters in brailleschrift. Een dikke stip is voelbaar, een kleine niet:



7. 2p Hoeveel verschillende tekens kun je zo maken?

Kabouters en de lieve fee

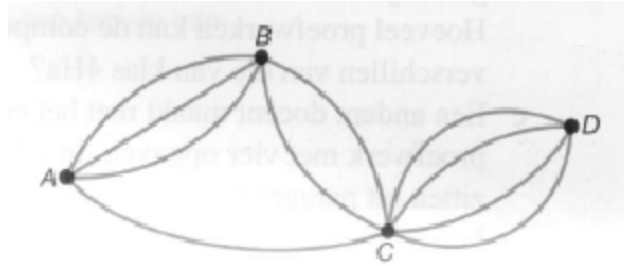
In een bos lopen 10 kabouters. De lieve fee heeft 3 mutsjes gebreid. Ze kiest drie kabouters om een mutsje op het hoofdje te zetten.

8. 2p Hoeveel verschillende drietallen kan ze kiezen als het niet uitmaakt welke kabouter welk mutsje op krijgt?
9. 2p Hoeveel verschillende drietallen kan ze kiezen als de drie mutsjes een andere kleur hebben en het wel uitmaakt welke kabouter welke muts op krijgt?
10. 3p (Bonus) Op Gekkekabouterdag komen de 10 kabouters elk met een paar sokken, een trui en een broek aan bij elkaar. Eerst kleden ze zich allemaal uit en gooien ze alle broeken, alle truien en alle paren sokken op drie stapels. Dan kiezen alle kabouters na elkaar achtereenvolgens een broek, een trui en een paar sokken. Hoeveel verschillende “outfits” kunnen deze 10 kabouters zo dragen?

Boeken lezen

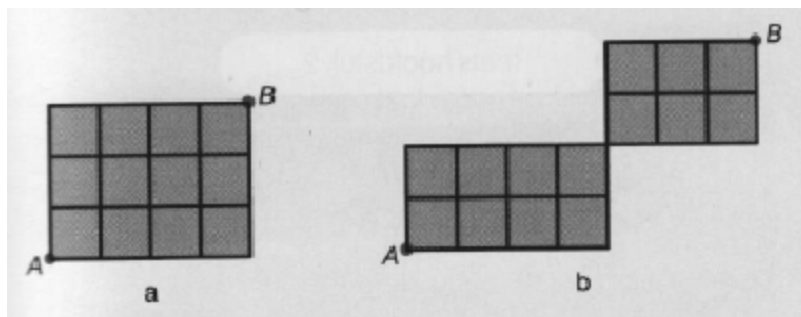
11. 2p André heeft zes boeken gekocht. Hij wil hiervan drie aan zijn vriendin cadeau doen. Hoeveel drietallen zijn er mogelijk?
12. 2p Dagmar heeft zes boeken gekocht. Zij heeft drie vrienden en aan elk van hen wil ze er één cadeau doen. Op hoeveel manieren kan dat?
13. 2p Drie vrienden hebben zes dezelfde boeken gelezen. De leraar Nederlands vraagt aan elk van hen welk boek ze het leukst vonden. Hoeveel antwoorden zijn er mogelijk?

Wegendiagram



14. 2p Hoeveel routes zijn er in het bovenstaande wegendiagram van A naar D? Licht duidelijk toe!

Routes in een rooster



15. 5p Bereken hoeveel routes er in de bovenstaande twee roosters zijn van A naar B.

HAVO

Wiskunde

Periode Combinatoriek

oktober 2010

Deze toets bestaat uit 15 opgaven. Voor elk onderdeel is aangegeven hoeveel punten kunnen worden behaald. Er zijn maximaal 32 punten te behalen. Antwoorden moeten altijd zijn voorzien van een berekening, toelichting of argumentatie.

Fietsers op een rij

Langs het Spaarne rijden soms wel 8 fietsers naast elkaar. Dat is best asociaal, zeker daar ze ook nog in een extreem langzaam tempo fietsen.

1. 2p Op hoeveel manieren kunnen 8 fietsers op een rijtje naast elkaar fietsen?

Mastermind

Bij het spelletje Mastermind worden gekleurde pinnetjes gebruikt. Er zijn pinnetjes in zes verschillende kleuren. Speler A kiest 4 gekleurde pinnetjes en plaatst die van links naar rechts. Dit rijtje noemen we de code. Speler B moet er proberen achter te komen welke kleur op welke plaats staat. Hij moet dus de code zien te vinden. Afspraak is dat speler A alleen pinnetjes van verschillende kleuren plaatst.

2. 2p Hoeveel codes kan speler A in totaal plaatsen?

Triominos (uit examen Havo 2008, lichtjes aangepast)

Het spel triominos bestaat uit driehoekige stenen. Zie foto 1. Op elke steen staan drie cijfers, één cijfer bij elke hoek. Dat cijfer kan 0, 1, 2, 3, 4 of 5 zijn. Voor de stenen met drie verschillende cijfers geldt dat met de klok meedraaiend de cijfers in grootte oplopen als je begint met het kleinste cijfer. Zie de steen met de cijfers 1, 4 en 5 linksonder op de foto.

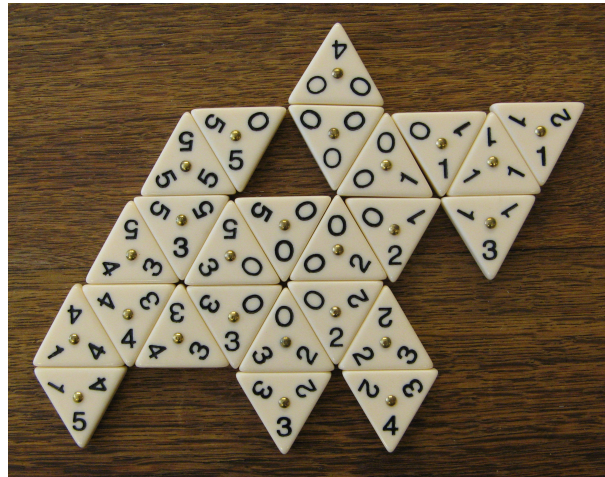
Doel van het spel is zoveel mogelijk stenen tegen elkaar aan te leggen. Daarbij moeten de cijfers op de hoeken die tegen elkaar aan komen te liggen, hetzelfde zijn.

3. 2p Behalve de steen $0 - 5 - 5$ zijn er ook nog vier andere stenen die tegen de steen $5 - 5 - 5$ aangelegd kunnen worden. Welke stenen zijn dit?

Je kunt de stenen in drie soorten verdelen:

- Stenen met drie dezelfde cijfers, bijvoorbeeld $3 - 3 - 3$
- Stenen met precies twee dezelfde cijfers, bijvoorbeeld $0 - 3 - 3$
- Stenen met allemaal verschillende cijfers, bijvoorbeeld $1 - 2 - 3$

In de tabel zie je een overzicht van de aantallen stenen van elke soort. De laatste kolom van de tabel is nog niet helemaal ingevuld.



Figuur 1: Triominos

soort stenen	aantal
stenen met drie dezelfde cijfers	6
stenen met precies twee dezelfde cijfers	...
stenen met drie verschillende cijfers	...

4. 4p Bereken de ontbrekende getallen in de tabel.

Eendjes in een roeiboot

In een roeiboot nemen 5 eendjes plaats. Eén van de eendjes is de stuurman en één van de eendjes schrobt het dek.

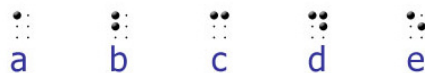
5. 2p Hoeveel tweetallen (stuurman en dekschrobber) kunnen zo gekozen worden?

Driehoek van Pascal

6. 1p Wat is de som van de getallen op de zesde rij (begin te tellen van 0!) van de driehoek van Pascal?

Brailleschrift

In het brailleschrift worden de tekens gevormd door zes stippen die al dan niet voelbaar gemaakt zijn. Hieronder zie je enige letters in brailleschrift. Een dikke stip is voelbaar, een kleine niet:



7. 2p Hoeveel verschillende tekens kun je zo maken?

Kabouters en de lieve fee

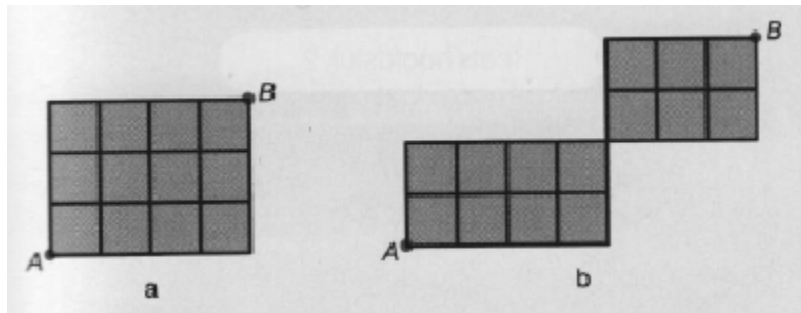
In een bos lopen 10 kabouters. De lieve fee heeft 3 mutsjes gebreid. Ze kiest drie kabouters om een mutsje op het hoofdje te zetten.

8. 2p Hoeveel verschillende drietallen kan ze kiezen als het niet uitmaakt welke kabouter welk mutsje op krijgt?
9. 2p Hoeveel verschillende drietallen kan ze kiezen als de drie mutsjes een andere kleur hebben en het wel uitmaakt welke kabouter welke muts op krijgt?
10. 3p (Bonus) Op Gekkekabouterdag komen de 10 kabouters elk met een paar sokken, een trui en een broek aan bij elkaar. Eerst kleden ze zich allemaal uit en gooien ze alle broeken, alle truien en alle paren sokken op drie stapels. Dan kiezen alle kabouters na elkaar achtereenvolgens een broek, een trui en een paar sokken. Hoeveel verschillende "outfits" kunnen deze 10 kabouters zo dragen?

Boeken lezen

11. 2p André heeft zes boeken gekocht. Hij wil hiervan drie aan zijn vriendin cadeau doen. Hoeveel drietallen zijn er mogelijk?
12. 2p Dagmar heeft zes boeken gekocht. Zij heeft drie vrienden en aan elk van hen wil ze er één cadeau doen. Op hoeveel manieren kan dat?
13. 2p Drie vrienden hebben zes dezelfde boeken gelezen. De leraar Nederlands vraagt aan elk van hen welk boek ze het leukst vonden. Hoeveel antwoorden zijn er mogelijk?

Routes in een rooster



14. 5p Bereken hoeveel routes er in de bovenstaande twee roosters zijn van A naar B.

Bioscoop

Vier jongens en zes meisjes ontmoeten elkaar om naar de bioscoop te gaan. Voordat ze naar de bioscoop gaan, geeft iedere persoon iedere andere persoon een hand.

15. 2p Bereken hoeveel keer er handen worden geschud.

Deze toets bestaat uit 17 opgaven. Voor elk onderdeel is aangegeven hoeveel punten kunnen worden behaald. Er zijn maximaal 41 punten te behalen. Antwoorden moeten altijd zijn voorzien van een berekening, toelichting of argumentatie.

Snelle duogesprekken

Er zijn 10 mensen die snelle duogesprekken gaan voeren. Elke ronde verdelen de 10 zich in vijf tweetallen. Met zijn tweeën hebben ze het dan vijf minuten over hun doelen in het leven.

1. 3p Hoe lang duurt het voordat iedereen met elkaar gesproken heeft?

Mastermind

Bij het spelletje Mastermind worden gekleurde pinnetjes gebruikt. Er zijn pinnetjes in zes verschillende kleuren. Speler A kiest 4 gekleurde pinnetjes en plaatst die van links naar rechts. Dit rijtje noemen we de code. Speler B moet er proberen achter te komen welke kleur op welke plaats staat. Hij moet dus de code zien te vinden. Afspraak is dat speler A alleen pinnetjes van verschillende kleuren plaatst.

2. 2p Hoeveel codes kan speler A in totaal plaatsen?

Triominos (uit examen Havo 2008, lichtjes aangepast)

Het spel triominos bestaat uit driehoekige stenen. Zie foto 1. Op elke steen staan drie cijfers, één cijfer bij elke hoek. Dat cijfer kan 0, 1, 2, 3, 4 of 5 zijn. Voor de stenen met drie verschillende cijfers geldt dat met de klok meedraaiend de cijfers in grootte oplopen als je begint met het kleinste cijfer. Zie de steen met de cijfers 1, 4 en 5 linksonder op de foto.

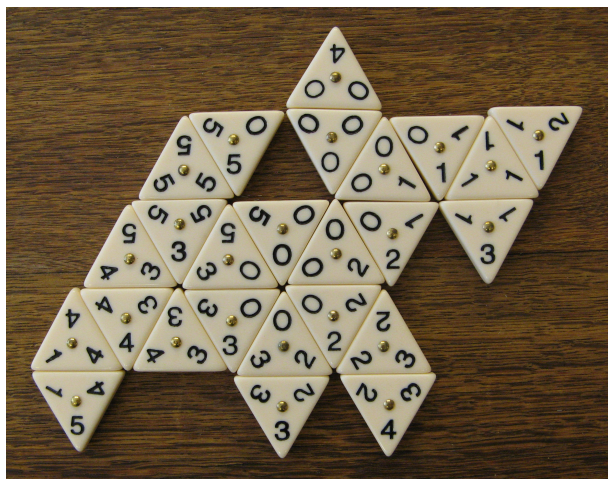
Doel van het spel is zoveel mogelijk stenen tegen elkaar aan te leggen. Daarbij moeten de cijfers op de hoeken die tegen elkaar aan komen te liggen, hetzelfde zijn.

3. 2p Behalve de steen 0 – 5 – 5 zijn er ook nog vier andere stenen die tegen de steen 5 – 5 – 5 aangelegd kunnen worden. Welke stenen zijn dit?

Je kunt de stenen in drie soorten verdelen:

- Stenen met drie dezelfde cijfers, bijvoorbeeld 3 – 3 – 3
- Stenen met precies twee dezelfde cijfers, bijvoorbeeld 0 – 3 – 3
- Stenen met allemaal verschillende cijfers, bijvoorbeeld 1 – 2 – 3

In de tabel zie je een overzicht van de aantallen stenen van elke soort. De laatste kolom van de tabel is nog niet helemaal ingevuld.



Figuur 1: Triominos

soort stenen	aantal
stenen met drie dezelfde cijfers	6
stenen met precies twee dezelfde cijfers	...
stenen met drie verschillende cijfers	...

4. 4p Bereken de ontbrekende getallen in de tabel.

Tuinmannen

Er zijn 2 tuinmannen die een tuin gaan ontwerpen. Er staan 18 bomen in de tuin. Ze willen een tuin met meer ruimte. Ze willen dus 6 bomen weghalen, zodat ze er 12 overhouden.

5. 2p Hoeveel verschillende twaalfallen kunnen ze zo overhouden?

Driehoek van Pascal

6. 2p Wat zijn in de uitwerking van $(a+b)^6$ de coëfficiënten van a^4b^2 , van $a^{x+2}b^x$ (wat is x)?

Brilleschrift

In het brilleschrift worden de tekens gevormd door zes stippen die al dan niet voelbaar gemaakt zijn. Hieronder zie je enige letters in brilleschrift. Een dikke stip is voelbaar, een kleine niet:



7. 2p Hoeveel verschillende tekens kun je zo maken?
8. 2p Hoeveel verschillende tekens zijn er mogelijk als maximaal drie stippen voelbaar zijn?

Kabouters en de lieve fee

In een bos lopen 10 kabouters. De lieve fee heeft 3 mutsjes gebreid. Ze kiest drie kabouters om een mutsje op het hoofdje te zetten.

9. 2p Hoeveel verschillende drietallen kan ze kiezen als het niet uitmaakt welke kabouter welk mutsje op krijgt?
10. 2p Hoeveel verschillende drietallen kan ze kiezen als de drie mutsjes een andere kleur hebben en het wel uitmaakt welke kabouter welke muts op krijgt?
11. 3p Op Gekkekabouterdag komen de 10 kabouters elk met een paar sokken, een trui en een broek aan bij elkaar. Eerst kleden ze zich allemaal uit en gooien ze alle broeken, alle truien en alle paren sokken op drie stapels. Dan kiezen alle kabouters na elkaar achtereenvolgens een broek, een trui en een paar sokken. Hoeveel verschillende “outfits” kunnen deze 10 kabouters zo dragen?

Bingo

Op een bingo avond wordt uit een bak met 50 ballen, genummerd van 1 t/m 50, telkens een bal getrokken. Na afloop wordt de bal natuurlijk niet teruggelegd. Hieronder zie je de bingokaart van Caspar:

4	10	8
15	18	27
46	19	34

Na verloop van tijd zijn er 5 ballen uit de bak getrokken. Daarbij zijn onder andere de nummers 4, 8 en 10 al getrokken, zodat Casper bingo heeft.

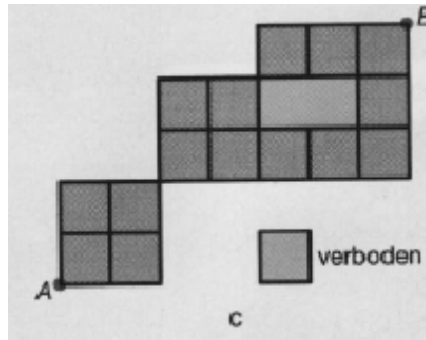
12. 3p Op hoeveel manieren kun je 5 ballen trekken zodat in ieder geval de nummers 4, 8 en 10 getrokken worden?

Snoepjes

Sjors heeft 10 verschillende snoepjes.

13. 2p Op hoeveel manieren kan zij die snoepjes op een rij leggen?
14. 2p Er zijn 8 kinderen. Op hoeveel manieren kunnen ze de snoepjes verdelen zodat ieder kind één snoepje krijgt?

Routes in een rooster



15. 3p Hoeveel routes zijn er in het bovenstaande rooster van A naar B?

Bioscoop

Vier jongens en zes meisjes ontmoeten elkaar om naar de bioscoop te gaan. Voordat ze naar de bioscoop gaan, geeft iedere persoon iedere andere persoon een hand.

16. 2p Bereken hoeveel keer er handen worden geschud.

Omdat ze de eerste bezoekers zijn, kunnen ze gaan zitten waar ze willen. Ze willen op de achterste rij gaan zitten die uit 14 stoelen bestaat.

17. 3p Op hoeveel verschillende manieren kunnen ze op de achterste rij gaan zitten als ze met zijn tienden naast elkaar willen zitten?