

Gekleurde dobbelstenen

Jopie gooit met twee dobbelstenen met daarop 6 kleuren: rood, geel, blauw, groen, oranje en paars.

- 3p 1. Zet alle mogelijke uitkomsten in een tabel en bepaal het aantal uitkomsten waarbij je geen kleuren dubbel gooit. Leg uit!

	Rood	Geel	Blauw	Groen	Oranje	Paars
Rood	X					
Geel		X				
Blauw			X			
Groen				X		
Oranje					X	
Paars						X

Vakjes met X zijn dubbel, dus tellen niet, blijven 30 over. (Andere manier: $6 \times 6 - 6 = 30$)

Hondenschool (door Sophia, 10C)

In een hondenschool krijgen 28 honden les. Er worden 5 koekjes verloot onder deze 28 honden.

- 2p 2. Op hoeveel manieren kunnen de koekjes worden verdeeld?
5 uit 28 kiezen zonder volgorde: $\binom{28}{5} = 98280$
- 2p 3. Er wordt een top 3 gemaakt van de best getrainde honden. Hoeveel top 3's zijn mogelijk?
wel volgorde, geen herhaling: $P_3^{28} = 19656$

De kinderboerderij (door Janna en Rosa, 10C)

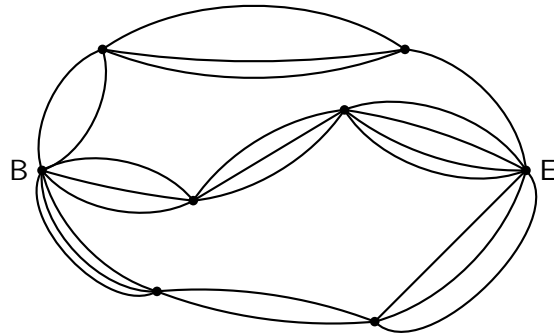
In een kinderboerderij is er een groep van 33 cavia's. Er zijn 16 cavia's die een knipbeurt nodig hebben en 9 cavia's die een wasbeurt nodig hebben. Vier cavia's zijn uitzonderlijk vies en hebben beide nodig.

- 2p 4. Verwerk deze gegevens in een kruistabel.

		wasbeurt		
		wel	niet	
knipbeurt	wel	4		16
	niet			
		9		33

- 2p 5. Hoeveel cavia's zijn schoon en hebben geen knip- of wasbeurt nodig?
kruistabel uitwerken levert 12 op

Cavia Anton heeft erg veel honger. Hij wil graag naar zijn bakje om wat te smikkelen. Hieronder zie je een wegendiagram dat hij van B(egin) naar E(inde) moet doorlopen.



4p 6. Hoeveel routes zijn er van B naar E in dit wegendiagram?

$$2 \cdot 3 \cdot 1 + 3 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \cdot 3 = 60$$

Bioscoop

Vier jongens en zes meisjes ontmoeten elkaar om naar de bioscoop te gaan. Voordat ze naar de bioscoop gaan, geeft iedere persoon iedere andere persoon een hand.

- 2p 1. Bereken hoeveel keer er handen worden geschud.

2 uit 10 kiezen, volgorde onbelangrijk: $\binom{10}{2} = 45$

Verjaardagscadeau (door Jantine, 10C)

Evana wil voor haar verjaardag een laptop. Haar moeder vindt dat onzin omdat ze pas een nieuwe telefoon heeft gekregen. Evana zegt dat uit haar klas met 29 leerlingen er slechts 3 leerlingen zijn die geen van beide hebben, dat er 15 leerlingen zijn die alleen een telefoon hebben en dat er 6 leerlingen zijn die alleen een laptop hebben.

- 3p 2. Hoeveel leerlingen uit Evana's klas hebben zowel een laptop als een telefoon?

met kruistabel, of: 15, 3 en 6 sluiten elkaar uit, dus $29 - 15 - 3 - 6 = 5$

Kleerkast (door Mijke en Sarai, 10C)

Anna heeft een kleerkast met 3 jurken, 4 rokjes, 10 T-shirts, 6 paar schoenen en 3 vesten. Ze wil een jurk (zonder T-shirt) of een rok met daarboven een T-shirt dragen. Ze kan zelf kiezen of ze wel of niet een vest draagt.

- 4p 3. Hoeveel outfits kan ze samenstellen?

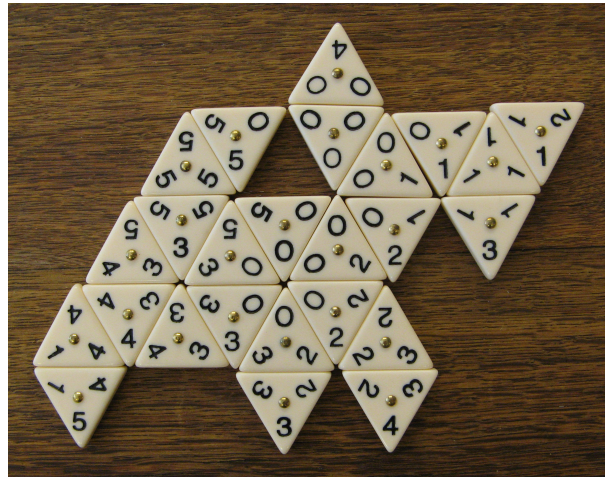
Geen vest kan je beschouwen als 4e keuze bij de vesten, dan krijg je dus $3 \cdot 6 \cdot 4 + 4 \cdot 10 \cdot 6 \cdot 4 = 1032$. Je kan ook de mogelijkheden zonder vest apart berekenen en achteraf erbij tellen, dat levert hetzelfde op. Wegendiagram tekenen is goed idee.

Triominos (uit examen Havo 2008, lichtjes aangepast)

Het spel Triominos bestaat uit driehoekige stenen. Zie foto 1. Op elke steen staan drie cijfers, één cijfer bij elke hoek. Dat cijfer kan 0, 1, 2, 3, 4 of 5 zijn. Voor de stenen met drie verschillende cijfers geldt dat met de klok meedraaiend de cijfers in grootte oplopen als je begint met het kleinste cijfer. Zie de steen met de cijfers 1, 4 en 5 linksonder op de foto.

Doel van het spel is zoveel mogelijk stenen tegen elkaar aan te leggen. Daarbij moeten de cijfers op de hoeken die tegen elkaar aan komen te liggen, hetzelfde zijn.

- 3p 4. Zie linksboven op de foto. Behalve de steen 0 – 5 – 5 zijn er nog vier andere stenen die tegen de steen 5 – 5 – 5 aangelegd kunnen worden. Welke stenen zijn dit?



Figuur 1: Triominos

$$1 - 5 - 5 \quad (1)$$

$$2 - 5 - 5 \quad (2)$$

$$3 - 5 - 5 \quad (3)$$

$$4 - 5 - 5 \quad (4)$$

Het spel bestaat uit 56 verschillende stenen. Je kunt de stenen in drie soorten verdelen:

- Stenen met drie dezelfde cijfers, bijvoorbeeld 3 – 3 – 3
- Stenen met precies twee dezelfde cijfers, bijvoorbeeld 0 – 3 – 3
- Stenen met allemaal verschillende cijfers, bijvoorbeeld 1 – 2 – 3

In de tabel zie je een overzicht van de aantallen stenen van elke soort. De laatste kolom van de tabel is nog niet helemaal ingevuld.

soort stenen	aantal
stenen met drie dezelfde cijfers	6
stenen met precies twee dezelfde cijfers	...
stenen met drie verschillende cijfers	...

- 4p 5. Bereken de ontbrekende getallen in de tabel zonder gebruik te maken van het gegeven dat het spel uit 56 stenen bestaat.

Voor de stenen met 2 verschillende cijfers moet je er dus 2 uit de 6 (!) kiezen. Daarbij komt bv. de eerste dubbel voor, dus is de volgorde belangrijk: $P_2^6 = 30$.

Voor de stenen met drie verschillende cijfers moet je er 3 kiezen uit 6. De volgorde ligt vast, dus speelt geen rol bij de keuze: $\binom{6}{3} = 20$.

Bioscoop

Vier jongens en zes meisjes ontmoeten elkaar om naar de bioscoop te gaan. Voordat ze naar de bioscoop gaan, geeft iedere persoon iedere andere persoon een hand.

- 2p 1. Bereken hoeveel keer er handen worden geschud.
2 uit 10 kiezen, volgorde onbelangrijk: $\binom{10}{2} = 45$
- 2p 2. Één van de jongens is verliefd op één van de meisjes en vraagt het meisje of zij hem ook leuk vindt. Hoera! ze vormen en stelletje! Hoeveel stelletjes zijn er mogelijk?
De vraag is weliswaar wat seksistisch, maar bedoeld is koppeltjes van jongens en meisjes. Hiervan zijn er $4 \cdot 6 = 24$ mogelijk.
Als we gelijklievende koppels ook toelaten, zijn het er natuurlijk gewoon weer 45.

Brilleschrift

In het brilleschrift worden de tekens gevormd door bobbeltjes die op zes plaatsen kunnen staan. Hieronder zie je de eerste vijf letters van het alfabet, weergegeven met stippen: een dikke stip kan je voelen, een dunne niet.



- 2p 3. Hoeveel tekens met 4 bobbeltjes kun je zo maken?
Vier van de zes bolletjes kiezen: $\binom{6}{4} = 15$.
- 4p 4. Hoeveel verschillende tekens kun je in totaal maken?
Je kan met 1, 2, 3, 4, 5, of 6 bolletjes, telkens een combinatie als in de vorige vraag: $\binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 63$.
Of: voor elk van de plaatsen zijn er 2 mogelijkheden, namelijk wel of niet gebruikt worden. Er zijn dus in totaal $2^6 = 64$ mogelijkheden. Maar als er geen enkel bolletje staat, staat er niks, dus die telt niet mee: $64 - 1 = 63$.

Kabouters en de lieve fee

In een bos lopen 10 kabouters. De lieve fee heeft 3 mutsjes gebreid. Ze kiest drie kabouters om een mutsje op het hoofdje te zetten.

- 2p 5. Hoeveel verschillende drietallen kan ze kiezen als het niet uitmaakt welke kabouter welk mutsje op krijgt?
3 kiezen zonder volgorde: $\binom{10}{3} = 120$

- 2p 6. Hoeveel verschillende drietallen kan ze kiezen als de drie mutsjes een andere kleur hebben en het wel uitmaakt welke kabouter welke muts op krijgt?

3 kiezen met volgorde: $P_3^{10} = 720$

- 4p 7. (bonus!) Op Gekkekabouterdag komen de 10 kabouters elk met een paar sokken, een trui en een broek aan bij elkaar. Eerst kleden ze zich allemaal uit en gooien ze alle broeken, alle truien en alle paren sokken op drie stapels. Dan kiezen alle kabouters na elkaar achtereenvolgens een broek, een trui en een paar sokken. Hoeveel verschillende "outfits" kunnen deze 10 kabouters zo dragen?

De eerste kabouter kan op 10 manieren een broek, op 10 manieren een trui en op 10 manieren sokken kiezen. De volgende op telkens 9 manieren, de volgende op telkens 8 manieren enzovoort: $10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 8 \cdot 7 \dots$ Door de volgorde te veranderen kan je zien dat dat $(10!)^3 = 47784725839872000000$ is.