Ballonnen (VMBO&HAVO)

Anneke mag 4 ballonnen uitzoeken bij de McDonald's. In het rek van de clown staan 15 verschillende ballonnen, waarvan er 7 blauw, 2 rood, 3 geel en 3 paars zijn.

1. Op hoeveel manieren kan Anneke haar 4 ballonnen met elk een andere kleur kiezen?

   Voor de eerste 7, dan 2, dan 3, dan 3: $7 \times 2 \times 3 \times 3 = 126$

2. Op hoeveel manieren kan Anneke 4 blauwe ballonnen kiezen?

   Kies 4 uit 7, volgorde niet van belang: combinatie: $\binom{7}{4} = \frac{7!}{4!\cdot(7-4)!} = \frac{7\cdot\cancel{6}\cdot5\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{1}}{\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{1}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot1} = 7\cdot5 = 35$

Bioscoop

Vier jongens en zes meisjes ontmoeten elkaar om naar de bioscoop te gaan. Voordat ze naar de bioscoop gaan, geeft iedere persoon iedere andere persoon een hand.

1. (HAVO&VWO) Bereken hoeveel keer er handen worden geschud.

   Geen volgorde, kies 2 uit 10: $\binom{10}{2} = \frac{10\cdot9}{2} = 45$

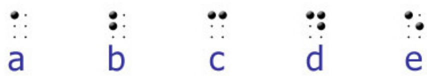
Omdat ze de eerste bezoekers zijn, kunnen ze gaan zitten waar ze willen. Ze willen op de achterste rij gaan zitten die uit 14 stoelen bestaat.

2. (VWO) Op hoeveel verschillende manieren kunnen ze op de achterste rij gaan zitten als ze met zijn tienen naast elkaar willen zitten?

   Wel volgorde, kies 10 uit 14: $\underbrace{14\cdot13\cdot12\cdot\ldots\cdot6\cdot5}_{\textit{10 keer}} = 3.632.428.800.$

Brailleschrift (HAVO&VWO)

In het brailleschrift worden de tekens gevormd door bobbeltjes die op zes plaatsen kunnen staan. Dit wordt hieronder weergegeven met stippen: een dikke stip kan je voelen, een dunne niet.



1. Hoeveel tekens met 4 bobbeltjes kun je zo maken?

   Geen volgorde, kies 4 uit 6: $\binom{6}{4} = \frac{6\cdot5}{2} = 15$

2. Hoeveel verschillende tekens kun je in totaal maken?

   Een teken kan 0, 1, 2, 3, 4, 5 of 6 bobbeltjes hebben: $\binom{6}{0}+\binom{6}{1}+\binom{6}{2}+\binom{6}{3}+\binom{6}{4}+\binom{6}{5}+\binom{6}{6} = 64.$ *(Dat die som 64 is, kan je uit de driehoek van Pascal aflezen…)*

   Andere manier: 6 bolletjes kunnen er al dan niet zijn, dus herhalingsvariatie 6 uit 2: $2^6 = 64$.

Kabouters en de lieve fee (iedereen)

In een bos lopen 10 kabouters. De lieve fee heeft 3 mutsjes gebreid. Ze kiest drie kabouters om een mutsje op het hoofdje te zetten.

1. Hoeveel verschillende drietallen kan ze kiezen als het niet uitmaakt welke kabouter welk mutsje op krijgt?

   Geen volgorde, dus combinatie: $\binom{10}{3} = \frac{10!}{3!\cdot(10-3)!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8}{3\cdot 2\cdot 1} = 120$

2. Hoeveel verschillende drietallen kan ze kiezen als de drie mutsjes een andere kleur hebben en het wel uitmaakt welke kabouter welke muts op krijgt?

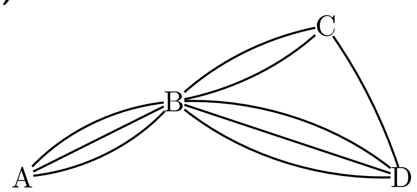
   Wel volgorde, dus variatie: $\frac{10!}{(10-3)!} = \frac{10\cdot 9\cdot 8\cdot \cancel{7}\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{1}}{\cancel{7}\cdot\cancel{6}\cdot\cancel{5}\cdot\cancel{4}\cdot\cancel{3}\cdot\cancel{2}\cdot\cancel{1}} = 10\cdot 9\cdot 8 = 720$

3. Op Gekkekabouterdag komen de 10 kabouters elk met een paar sokken, een trui en een broek aan bij elkaar. Eerst kleden ze zich allemaal uit en gooien ze alle broeken, alle truien en alle paren sokken op drie stapels. Dan kiezen alle kabouters na elkaar achtereenvolgens een broek, een trui en een paar sokken. Hoeveel verschillende "outfits" kunnen deze 10 kabouters zo dragen?

   De eerste kabouter heeft voor de eerste stapel 10, voor de tweede stapel 10 en voor de derde stapel 10 mogelijkheden. De tweede kabouter 9, 9 en 9, de derde 8, 8 en 8 enz.: $10\cdot 10\cdot 10\cdot 9\cdot 9\cdot 9\cdot 8\cdot 8\cdot 8\ldots = 10!\cdot 10!\cdot 10! = 47.784.725.839.872.000.000$.

   Of: Voor de broeken $10!$*, voor de truien* $10!$ *en voor de sokken* $10!$*, en dat na elkaar, dus productregel:* $10!\cdot 10!\cdot 10!$.

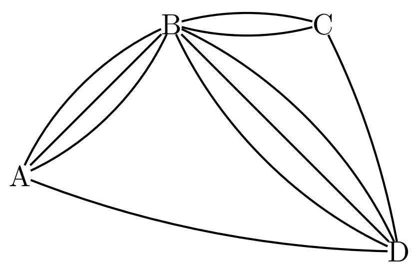
Wegendiagram (VMBO)



1. Hoeveel routes zijn er in het bovenstaande wegendiagram van A naar D? Licht duidelijk toe!

   ABD óf ABCD: $3\times 3 + 3\times 2\times 1 = 9 + 6 = 15$ *(product- en somregel door elkaar)*

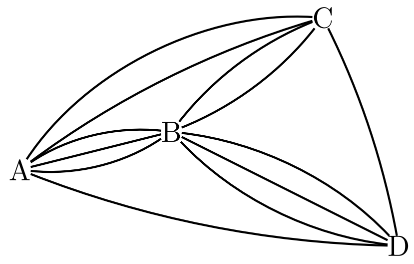
Wegendiagram (HAVO)



1. Hoeveel routes zijn er in het bovenstaande wegendiagram van A naar D? Licht duidelijk toe!

   AD óf ABD óf ABCD: $1 + 3 \times 3 + 3 \times 2 \times 1 = 1 + 9 + 6 = 16$ *(product- en somregel door elkaar)*

Wegendiagram (VWO)



1. Hoeveel routes zijn er in het bovenstaande wegendiagram van A naar D? Licht duidelijk toe!

   AD óf ABD óf ABCD óf ACD óf ACBD: $1 + 3 \times 3 + 3 \times 2 \times 1 + 2 \times 1 + 2 \times 2 \times 3 = 1 + 9 + 6 + 2 + 12 = 30$ *(product- en somregel door elkaar). Geen rondjes toegestaan, dus ABCAD enz. telt niet.*

Rudolf Steiner (iedereen)

R	E	N	I	E	T	S	T	E	I	N	E	R
E	N	I	E	T	S	F	S	T	E	I	N	E
N	I	E	T	S	F	L	F	S	T	E	I	N
I	E	T	S	F	L	O	L	F	S	T	E	I
E	T	S	F	L	O	D	O	L	F	S	T	E
T	S	F	L	O	D	U	D	O	L	F	S	T
S	F	L	O	D	U	$\mathbf{R}_1$	U_1	D_1	O_1	L_1	F_1	S_1
T	S	F	L	O	D	U_1	D_2	O_3	L_4	F_5	S_6	T_7
E	T	S	F	L	O	D_1	O_3	L_6	F_{10}	S_{15}	T_{21}	E_{28}
I	E	T	S	F	L	O_1	L_4	F_{10}	S_{20}	T_{35}	E_{56}	I_{84}
N	I	E	T	S	F	L_1	F_5	S_{15}	T_{35}	E_{70}	I_{126}	N_{210}
E	N	I	E	T	S	F_1	S_6	T_{21}	E_{56}	I_{126}	N_{252}	E_{462}
R	E	N	I	E	T	S_1	T_7	E_{28}	I_{84}	N_{210}	E_{462}	R_{924}

1. Op hoeveel manieren kan je in bovenstaand rooster de naam Rudolf Steiner lezen, beginnend van de R in het midden, waarbij je na elke letter van richting mag wisselen?

   Tip: Maak gebruik van de symmetrie en denk aan de driehoek van Pascal. *Symmetrie, dus 4 keer hetzelfde. Driehoek van Pascal stapje voor stapje uitrekenen, zie boven:* $4 \cdot 924 = 3696$. *Andere manier: in totaal 12 stappen, waarvan 6 opzij, dus kies 6 uit 12:* $\binom{12}{6} = \frac{\cancel{12} \cdot 11 \cdot \overset{2}{\cancel{10}} \cdot \overset{3}{\cancel{9}} \cdot \overset{2}{\cancel{8}} \cdot 7}{\cancel{6} \cdot \cancel{5} \cdot \cancel{4} \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{1}} = 11 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 7 = 924.$

Snelle duogesprekken (VWO)

Er zijn 10 mensen die snelle duogesprekken gaan voeren. Elke ronde verdelen de 10 zich in vijf tweetallen. Met zijn tweeën hebben ze het dan vijf minuten over hun doelen in het leven.

2. Hoe lang duurt het voordat iedereen met elkaar gesproken heeft?

   Er zijn $\binom{10}{2} = 45$ *tweetallen. Als je het echter slim aanpakt, kunnen er altijd 5 paren tegelijk praten, dus* $45/5{\times}5$ *minuten* $= 45$ *minuten:*

$$\begin{array}{ccccccccc} A & \leftarrow & B & \leftarrow & C & \leftarrow & D & \leftarrow & E \\ \downarrow & & & & & & & & \uparrow \\ J & \rightarrow & I & \rightarrow & H & \rightarrow & G & \rightarrow & F \end{array}$$