Pennen (VMBO)

Jan heeft 4 pennen, 1 daarvan is paars met gele stippen. Jan doet zijn ogen dicht en probeert de paarse met gele stippen te pakken.

1. Wat is de kans dat hij deze pakt?

   $\frac{\#gunstige}{\#mogelijke} = \frac{1}{4}$

2. Kan je iets zeggen over deze kans als de pennen verschillende vorm hebben? Wat voor soort kans is dat dan?

   Als hij mag voelen is de kans afhankelijk van of hij de pennen kent enz. Dat kan je niet weten, het wordt dus een subjectieve kans.

Kleurenblindheid (VMBO/HAVO)

Bij een onderzoek naar kleurenblindheid in Nederland vindt men de volgende gegevens:

	man	vrouw	
Kleurenblind	17	4	21
Niet kleurenblind	483	496	979
	500	500	1000

Bereken de kans dat een willekeurige onderzochte

1. (VMBO) kleurenblind is;

   Aflezen: $\frac{21}{1000} = 0,021$

2. man is en niet kleurenblind is;

   Aflezen: $\frac{483}{1000} = 0,483$

3. uit de groep kleurenblinden, een vrouw is.

   Aflezen: $\frac{4}{21} \approx 0.1905$

4. *Schat* de kans dat een willekeurige Nederlander kleurenblind is.

   Benaderen met deze steekproef: $\frac{21}{1000} = 0,021$

5. *Schat* de kans dat een man kleurenblind is.

   Benaderen met deze steekproef: $\frac{17}{500} = 0,034$

6. Waarom staat er hierboven ‘schat’ en niet ‘bereken’?

   Omdat we niet alle Nederlanders ondervraagd hebben, maar slechts een deel. De relatieve frequentie van de mensen uit het onderzoek is dus een benadering van de relatieve frequentie van alle Nederlanders.

Kleurenblindheid (VWO)

Bij een onderzoek naar kleurenblindheid vindt men de volgende gegevens:

	man	vrouw	
Kleurenblind	17	12	29
Niet kleurenblind	483	1488	1971
	500	1500	2000

Bereken in vier decimalen nauwkeurig de kans dat een willekeurige onderzochte

1. kleurenblind is;

   Aflezen: $\frac{29}{2000} = 0,0145$

2. man is en niet kleurenblind is;

   Aflezen: $\frac{483}{2000} = 0,2415$

3. vrouw is of een kleurenblinde man;

   Aflezen: $\frac{1500+17}{2000} = 0,7585$ *of somregel:* $\frac{1500}{2000} + \frac{17}{2000}$

4. uit de groep kleurenblinden, een vrouw is;

   Aflezen: $\frac{12}{29} \approx 0,4138$

5. 10p Op basis van de bovenstaande gegevens kun je de kans dat een willekeurige Nederlander kleurenblind is schatten. Als je het goed doet schat je die kans dan op 0,021. Leg uit hoe je aan deze schatting komt en waarom de schatting 0,0145 (= 29/2000) niet goed is.

   Er deden meer vrouwen dan mannen mee aan de steekproef. Ervan uitgaande dat er evenveel mannen als vrouwen in Nederland zijn (wat ook weer een benadering is, maar dicht genoeg bij de waarheid), moet je dus de getallen bij de vrouwen delen door 3 om een gelijke verdeling van mannen en vrouwen te verkrijgen. Zodoende: $\frac{17+\frac{12}{3}}{500+\frac{1500}{3}} = \frac{21}{1000} = 0,021$

D4 (Iedereen)

1. Hoe groot is de kans om met een vierzijdige dobbelsteen eerst 2 en dan 1 te gooien zonder tussencijfers?

   $\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$

Dobbelen

Nu gaat het weer om 'normale' zeskantige dobbelstenen (D6).

1. (VMBO & HAVO) Hoeveel mogelijkheden zijn er in totaal om met 3 dobbelstenen te gooien?

   Herhalingsvariatie: $6^3 = 216$

2. (VMBO & HAVO) Hoeveel manieren zijn er om met 3 dobbelstenen samengeteld 7 ogen te gooien?

   $1, 1, 5$ *geeft 3 mogelijkheden (115, 151, 511), evenzo* $1, 3, 3$*,* $2, 2, 3$*;* $1, 2, 4$ *geeft* $3! = 6$ *mogelijkheden, totaal* $3 + 3 + 3 + 6 = 15$

3. Wat is dus de kans dat je 7 ogen gooit met 3 dobbelstenen?

   $\frac{15}{216} = \frac{5}{72}(\approx 0,0695)$

4. (Bonus voor VMBO) En met 10 dobbelstenen?

   0, want onmogelijk.

Dobbelen (HAVO & VWO)

Je hebt een dobbelsteen en mag drie keer gooien. Je wilt twee keer 3 gooien en één keer 5. Los de volgende vragen op met behulp van een kansboom.

1. Hoe groot is de kans om *precies* één maal 5 te gooien?

   Precies eenmaal, dus $5xx$ *of* $x5x$ *of* $xx5$*, waarbij* x *staat voor alles behalve 5. De kans op 5 is* $\frac{1}{6}$*, de kans op* x *is de kans op niet 5, dus* $1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$*. Samen:* $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} + \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{75}{216} = \frac{25}{72} \approx 0,3472$*. Korter: de kans op* $5xx$ *of* $x5x$ *of* $xx5$ *is drie keer hetzelfde, dus je hoeft er maar één uit te rekenen en kan dan met 3 vermenigvuldigen.*

2. Hoe groot is de kans dat het je lukt twee maal 3 te gooien?

   $33x$ *of* $3x3$ *of* $x33$*, analoog als 1:* $3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{72}(\approx 0,0694)$

3. Hoe groot is de kans om tweemaal 3 én eenmaal 5 te gooien (in willekeurige volgorde!)?

   335 *of* 353 *of* 533*, analoog als 1:* $3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{72}(\approx 0,0139)$

Tossen (VMBO)

Je gooit met drie geldstukken. Los de volgende vraag op met behulp van een kansboom.

1. Bereken de kans dat je precies één keer munt gooit.

   Precies eenmaal, dus MKK *of* KMK *of* KKM*. De kans op* M *is* $\frac{1}{2}$*, de kans op* K *eveneens* $(= 1 - \frac{1}{2})$*. Samen:* $3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{3}{8} = 0,375$*.*

Het Willem Ruis-dilemma (VWO, Bonus voor HAVO)

Willem Ruis, een jong gestorven energieke showbizzquizmaster, had in zijn show altijd een moment waarop de gast moest kiezen uit drie deuren. Achter één van die deuren bevond zich een prijs, achter de andere twee zat niets. Wanneer de kandidaat een deur had geopend, opende Willem (hij wist waar de prijs zat) nog een deur waarvan hij wist dat er geen prijs achter zat. Dan bood hij de kandidaat aan nogmaals te kiezen: ‘blijf je bij je keus of kies je toch voor de andere deur?’ Raar maar waar, dit dilemma heeft tot heftige discussies geleid in de wetenschapswereld. Er zijn twee ‘kampen’:

- Kamp I: Na het openen van de deur kun je kiezen uit twee deuren. Het maakt dus niet uit welke deur je kiest, dus kun je net zo goed bij je keuze blijven.
- Kamp II: Je hebt kans $\frac{1}{3}$ dat je de goede deur koos. Je hebt dus $\frac{2}{3}$ kans dat hij achter de andere twee deuren zit. Als dat het geval is dan weet je meteen dat hij achter de overblijvende deur moet zitten (Willem opende namelijk de deur waarachter de prijs NIET zat). Je hebt dus $\frac{2}{3}$ kans dat hij achter de overblijvende deur zit.

1. Formuleer de Wet van Grote Aantallen voor deze situatie.

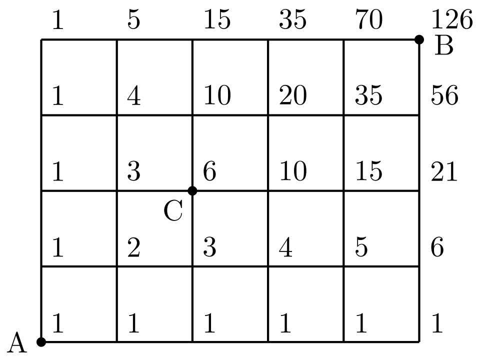
   Als het spel vaak gespeeld wordt, zal het het aantal keer dat de prijs achter de gekozen deur zat, gedeeld door het aantal spelen, de kans benaderen, dat de prijs achter die deur zit.

2. Welk kamp (I of II) heeft gelijk? Wat is er fout aan de redenering van het andere kamp?

   Kamp II. Het openen van de deur gebeurt niet willekeurig. De waarschijnlijkheden zijn daarna niet meer gelijk, dus mag je de definitie van theoretische kans niet gebruiken.

Routes in een rooster (Iedereen)

In het volgende stratenrooster rijdt een taxi van A naar B.



1. Hoeveel routes zijn er van A naar B?

   Met driehoek van Pascal, of $\binom{9}{5} = 126$

2. Hoeveel routes zijn er van A naar B via C?

   Van A naar B is 6, daarna *van B naar C, wat op 10 manieren kan, dus* $6 \cdot 10 = 60$.

3. Wat is dus de kans dat, als je bij elke kruising willekeurig kiest, je via C komt?

   $\frac{60}{126} = \frac{10}{21} (\approx 0,4762)$