

Gokautomaten (voor iedereen)

In een fruitautomaat draaien de schijven I, II en III onafhankelijk van elkaar. Door een hendel kan elke schijf tot stilstand worden gebracht. In de tabel zie je wat op elke schijf staat.

	I	II	III
Peer	3	1	2
Appel	1	0	1
Kersen	2	1	2
Citroen	2	6	3
	8	8	8

Zoals je weet is dus het aantal manieren om drie keer peer te draaien: $3 \times 1 \times 2 = 6$ en zijn er in totaal: $8 \times 8 \times 8 = 512$ mogelijke uitkomsten. De kans op drie keer peer is dus $\frac{6}{512} = 0,0117$.

Bereken de kans op:

- drie gelijke vruchten;
- geen enkele appel;
- geen enkele peer;
- twee keer een citroen en één keer een appel.

Groepsopdracht (moeilijkheidsgraad 1)

Wapendetectors

Op een vliegveld hebben ze een wapendetector nodig. Er zijn twee opties:

Optie 1: Ze kopen één detector die met 99,9% zekerheid een wapen detecteert wanneer iemand met een wapen door de poort gaat.

Optie 2: Ze kopen twee detectors die elk in 99% van de gevallen een wapen detecteren wanneer iemand met een wapen door de poort gaat. Als ze voor deze optie gaan leiden ze de mensen door de twee detectors, die ze dan onafhankelijk van elkaar kunnen opstellen.

Beide opties zijn even duur. De vraag is voor welke optie je moet kiezen.

- a. Wat is de kans dat iemand met een wapen door de detector uit optie 1 kan lopen zonder opgemerkt te worden?
- b. Wat is de kans dat iemand met een wapen door de eerste van de twee detectors uit optie 2 kan lopen, zonder opgemerkt te worden?
- c. Wat is de kans dat iemand met een wapen door de twee detectors uit optie 2 kan lopen zonder opgemerkt te worden? Hint: schets een kansboom.
- d. Welke optie is dus de optie die je moet kiezen?

Eigen kansspel

Bedenk nu met je groepje zelf twee kansspelen. Zorg ervoor dat je kansspel niet al te moeilijk is. Zorg dat je je kansspel duidelijk beschrijft. Bereken ook de kans dat je het spel wint.

Geschiedenisvraag

Mocht je de boel willen aanvullen met een 'stukje' geschiedenis. Zoek dan eens naar Blaise Pascal, Pierre de Fermat, Christiaan Huygens of Chevalier de Méré. Dit is eigen keuze.

Groepsopdracht (moeilijkheidsgraad 1)

Multimarkt

De Multimarkt bestaat 5 jaar. Om dat te vieren organiseert de eigenaar een actie voor zijn klanten. Bij de uitgang staan de dozen I en II. De dozen vult hij elke dag met zes enveloppen waarin bedragen zitten van respectievelijk 100, 100, 100, 200, 200 en 300 euro. Dagelijks worden twee klanten uitgeloot. Klant A trekt een envelop uit doos I en klant B trekt een envelop uit doos II.

- a. Bereken de kans dat de eigenaar op een dag 400 euro kwijt is.
- b. Bereken de kans dat beide klanten 100 of 200 euro trekken.
- c. Bereken de kans dat de eigenaar op een dag 300 euro kwijt is.

Eigen kansspel

Bedenk nu met je groepje zelf twee kansspelen. Zorg ervoor dat je kansspel niet al te moeilijk is. Zorg dat je je kansspel duidelijk beschrijft. Bereken ook de kans dat je het spel wint.

Geschiedenisvraag

Mocht je de boel willen aanvullen met een 'stukje' geschiedenis. Zoek dan eens naar Blaise Pascal, Pierre de Fermat, Christiaan Huygens of Chevalier de Méré. Dit is eigen keuze.

Groepsopdracht (moeilijkheidsgraad 2)

Yahtzee

Bij het spelletje Yahtzee gooi je met vijf dobbelstenen tegelijkertijd. Als je vijf keer hetzelfde aantal ogen gooit dan heb je "Yahtzee". Gooi je 1, 2, 3, 4 en 5 OF 2, 3, 4, 5 en 6 ogen dan heb je een zogenaamde "Grote Straat" gegooid.

- a. Hoeveel mogelijke uitkomsten zijn er in totaal?
- b. Bij hoeveel van die uitkomsten krijg je vijf keer hetzelfde aantal ogen?
- c. Wat is de kans op het gooien van "Yahtzee"?
- d. Leg uit dat er $5! = 120$ manieren zijn om 1, 2, 3, 4 en 5 te gooien.
- e. Wat is de kans dat je een "Grote Straat" gooit?

Eigen kansspel

Bedenk nu met je groepje zelf twee kansspelen. Zorg ervoor dat je kansspel niet al te moeilijk is. Zorg dat je je kansspel duidelijk beschrijft. Bereken ook de kans dat je het spel wint.

Geschiedenisvraag

Mocht je de boel willen aanvullen met een 'stukje' geschiedenis. Zoek dan eens naar Blaise Pascal, Pierre de Fermat, Christiaan Huygens of Chevalier de Méré. Dit is eigen keuze.

Groepsopdracht (moeilijkheidsgraad 2)

Lotto

Bij de lotto trek je uit een bak met 50 ballen, genummerd van 1 tot en met 50, precies 6 ballen. Vooraf heb je 6 getallen van 1 t.e.m. 50 aangekruist op een kaart.

- Hoeveel manieren zijn er om 6 ballen uit de 50 te trekken?
- Wat is de kans dat je precies de 6 goede getallen hebt aangekruist?
- Leg uit dat er $\binom{6}{3} \cdot \binom{44}{3}$ manieren zijn om 3 ballen te trekken die je hebt aangekruist en 3 ballen te trekken die je niet hebt aangekruist.
- Wat is de kans dat je precies 4 getallen goed hebt aangekruist?

Eigen kansspel

Bedenk nu met je groepje zelf twee kansspelen. Zorg ervoor dat je kansspel niet al te moeilijk is. Zorg dat je je kansspel duidelijk beschrijft. Bereken ook de kans dat je het spel wint.

Geschiedenisvraag

Mocht je de boel willen aanvullen met een 'stukje' geschiedenis. Zoek dan eens naar Blaise Pascal, Pierre de Fermat, Christiaan Huygens of Chevalier de Méré. Dit is eigen keuze.

Groepsopdracht (moeilijkheidsgraad 2)

Flippo's

Om de verkoop van zijn knabbelchips te bevorderen is een chipsfabrikant een reclameactie gestart waarbij in elke zak één flippo wordt gestopt. Dat is een plastic schijfje waar een leuk plaatje op staat. Er worden verschillende flippo's voor deze actie gebruikt. Sommige mensen proberen al deze flippo's te verzamelen. De kans dat je een bepaalde flippo in een zak knabbelchips aantreft is voor alle verschillende flippo's even groot.

We gaan uit van de situatie waarin de fabrikant maar twee verschillende flippo's gebruikt. Een flippoverzamelaar heeft vier zakken knabbelchips gekocht.

- a. Bereken de kans dat de flippo's in deze vier zakken allemaal hetzelfde zijn. Hint: schets een kansboom.
- b. Bereken de kans dat de flippoverzamelaar pas bij het openen van de derde zak de twee verschillende flippo's te pakken heeft. Hint: Geef een opsomming van de mogelijkheden: noem bijvoorbeeld de flippo's A en B. Dan krijg je AAA, BBB, AAB, BBA enzovoort; de uitkomsten AAB en BBA zijn de enige "gunstige" uitkomsten.

Eigen kansspel

Bedenk nu met je groepje zelf twee kansspelen. Zorg ervoor dat je kansspel niet al te moeilijk is. Zorg dat je je kansspel duidelijk beschrijft. Bereken ook de kans dat je het spel wint.

Geschiedenisvraag

Mocht je de boel willen aanvullen met een 'stukje' geschiedenis. Zoek dan eens naar Blaise Pascal, Pierre de Fermat, Christiaan Huygens of Chevalier de Méré. Dit is eigen keuze.

Groepsopdracht (moeilijkheidsgraad 2)

Sleutels

Een man heeft vijf sleutels in zijn zak. Slechts één ervan past op de deur van zijn huis. Hij is zo suf om telkens na het pakken van de sleutel, de sleutel weer in zijn zak te steken.

- a. Wat is de kans dat als hij willekeurig een sleutel uit zijn zak pakt, het niet de goede is?
- b. Wat is de kans dat als deze suffe persoon drie keer willekeurig een sleutel uit zijn zak pakt, hij drie keer niet de goede sleutel pakt? Hint: schets een kansboom.

Een snuggere persoon legt wanneer hij een foute sleutel uit zijn zak pakt deze sleutel apart en pakt weer een nieuwe sleutel uit zijn zak.

- c. Deze snuggere persoon pakt een foute sleutel uit zijn zak. Hij graait daarom nog een sleutel uit zijn zak. Leg uit dat de kans dat ook dit een foute sleutel is gelijk aan $\frac{3}{4}$ is.
- d. Bereken de kans dat deze snuggere persoon na drie keer graaien in zijn zak, hij drie keer een foute sleutel pakt. Hint: schets weer een kansboom, maar nu zijn de kansen langs de takken anders.

P.S. Een erg snuggere persoon pakt alle vijf sleutels uit zijn zak en kijkt welke de goede sleutel is.

Eigen kansspel

Bedenk nu met je groepje zelf twee kansspelen. Zorg ervoor dat je kansspel niet al te moeilijk is. Zorg dat je je kansspel duidelijk beschrijft. Bereken ook de kans dat je het spel wint.

Geschiedenisvraag

Mocht je de boel willen aanvullen met een 'stukje' geschiedenis. Zoek dan eens naar Blaise Pascal, Pierre de Fermat, Christiaan Huygens of Chevalier de Méré. Dit is eigen keuze.

Groepsopdracht (moeilijkheidsgraad 2)

Chevalier de Méré

Chevalier de Méré (1607–1684) was een Franse ridder en schrijver die erg hield van gokken. Hij speelde vaak kansspelen met vrienden thuis.

Hij bedacht een spel. Hij zou vier keer gooien met een dobbelsteen. Als hij ten minste één keer een zes zou gooien zou hij winnen.

- a. Bereken de kans dat als je vier keer met een dobbelsteen gooit, je geen enkele zes gooit. Hint: je kunt een kansboom gebruiken.
- b. Wat is dus de kans dat je ten minste één zes gooit als je vier keer met een dobbelsteen gooit?

De chevalier won heel veel geld met dit spel. Om de spanning iets te vergroten bedacht hij een spel dat langer zou duren. Hij gooide zes keer zo vaak, dus 24 keer, met twee dobbelstenen. Hij zou winnen als hij "dubbel" zes zou gooien. Omdat die kans 6 keer zo klein is en hij zes keer zo vaak gooide dacht hij door dit spel te spelen ook veel geld te kunnen winnen.

Zijn redenering was als volgt: bij één worp met twee dobbelstenen is de kans op dubbel zes $P(\text{dubbel zes}) = 1/36$. Dus bij 24 worpen is de kans op minstens één keer dubbel zes $24/36$ oftewel $2/3$. Toen hij het spel vaker speelde verloor hij vaker dan dat hij won. Zelfs zo erg dat hij al zijn geld verspeelde. Dit betekent dus dat de kans kleiner moet zijn dan $1/2$. Natuurlijk klopt zijn redenering niet.

- c. Bereken de kans dat je met dit nieuwe spel na 24 worpen geen enkele keer dubbel zes heb gegooid.
- d. Wat is dus de kans dat je ten minste één keer "dubbel zes" gooit bij 24 worpen?

Eigen kansspel

Bedenk nu met je groepje zelf een kansspel. Zorg ervoor dat je kansspel niet al te moeilijk is. Zorg dat je je kansspel duidelijk beschrijft. Bereken ook de kans dat je het spel wint.

Geschiedenisvraag

Mocht je de boel willen aanvullen met een 'stukje' geschiedenis. Zoek dan eens naar Blaise Pascal, Pierre de Fermat of Christiaan Huygens. Dit is eigen keuze.

Groepsopdracht (moeilijkheidsgraad 3)

Lootjes trekken

Een groep mensen trekt voor Sinterklaas lootjes. Zo komen ze te weten voor wie ze een surprise moet maken. Trekt iemand zijn eigen lootje dan moet er opnieuw getrokken worden. We willen in deze opdracht de kans berekenen dat *niemand* zichzelf trekt en er dus *niet* opnieuw getrokken hoeft te worden.

We beginnen met een groep van 3 mensen. We noemen ze A, B en C. In de volgende tabel zie je de $6=3!=3 \times 2 \times 1$ mogelijke trekkingen:

Boven staan de drie personen eronder staat telkens wie ze getrokken hebben. Bij de eerste optie trekken ze alle drie zichzelf. Bij de tweede trekt A zichzelf maar B trekt C en C trekt B.

A	B	C
A	B	C
A	C	B
B	A	C
B	C	A
C	A	B
C	B	A

- Bereken de kans dat niemand zichzelf trekt.
- Maak een lijst met alle mogelijke trekkingen als je vier personen hebt die lootjes trekken. Gebruik die lijst om de kans te bepalen dat er met vier personen niet opnieuw getrokken hoeft te worden.

De kans dat in een groep mensen het lootjestrekken in één keer goed gaat (dus dat niemand zichzelf trekt) hangt af van de grootte van de groep mensen. Voor grotere groepen mensen is het mogelijk de theoretische kans te berekenen dat het lootjes trekken in één keer goed gaat. Dat vereist nog enig ingewikkeld redeneerwerk. Het resultaat is in de volgende tabel te vinden:

Aantal personen in de groep	Kans dat <i>niemand</i> zijn eigen naam trekt
2	$\frac{1}{2!}$
3	$\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!}$
4	$\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!}$
5	$\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!}$
6	$\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \frac{1}{5!} + \frac{1}{6!}$
Enzovoort	

- Gebruik de tabel om de kans te berekenen dat *niemand* zichzelf trekt in een groep van 7.

Als de groep groter wordt dan blijft de kans dat *niemand* zichzelf trekt op den duur ongeveer hetzelfde. Die kans is dan ongeveer 0,368. In een klas van 30 leerlingen is de kans dat bij het trekken van lootjes dit in één keer goed gaat ongeveer 0,368.

- Bereken de kans dat bij een klas van 30 leerlingen het trekken van lootjes de eerste twee keer mislukt en de derde keer goed gaat.

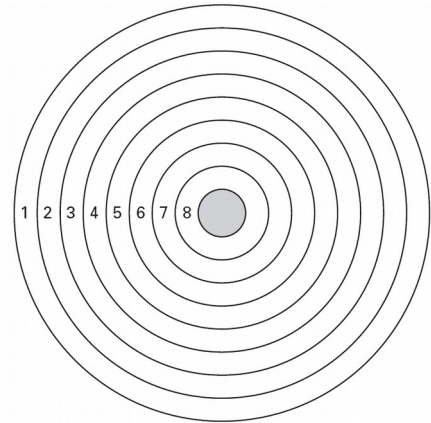
Geschiedenisvraag

Mocht je de boel willen aanvullen met een 'stukje' geschiedenis. Zoek dan eens naar Blaise Pascal, Pierre de Fermat, Christiaan Huygens of Chevalier de Méré. Dit is eigen keuze.

Groepsopdracht (moeilijkheidsgraad 3)

Een Afrikaans spelletje

Ans en Bert spelen een Afrikaans spelletje op een bord met acht ringen (zie figuur 1). Ze hebben beiden een blokje en verder is er nog een steentje. Bij het begin staan beide blokjes buiten het speelbord. Bert neemt, zonder dat Ans dit ziet, het steentje in een van beide handen en Ans moet raden in welke hand het steentje zit.



Figuur 1

De volgende spelregels gelden:

1. Als Ans de eerste keer goed raadt, mag zij haar blokje in ring 1 zetten en mag ze opnieuw raden. Zolang ze goed blijft raden schuift ze telkens haar blokje op het speelbord een ring verder.
2. Als Ans fout raadt, wordt er geen blokje verschoven. Ans krijgt dan het steentje en Bert moet raden.
3. Voor Bert geldt dan hetzelfde als in regel 1 en 2 voor Ans.
4. Bij de volgende beurten van de spelers gaat het spel verder vanuit de plaats waar hun blokje bij een vorige beurt gekomen was.
5. Degene die in ring 8 is aangekomen en vervolgens goed raadt, schuift het blokje door naar het centrum en is winnaar. Het spel is dan afgelopen.

Ga er bij de volgende vragen van uit dat Ans begint en dat beide spelers een kans van $\frac{1}{2}$ hebben om goed te raden. Het is mogelijk dat Ans het spel wint zonder dat Bert aan de beurt komt om te raden.

a) Bereken de kans op dit spelverloop.

Als Ans goed raadt, noteren we A; als ze fout raadt, noteren we a. Als Bert goed raadt, noteren we B; als hij fout raadt, noteren we b.

Nadat er in totaal vier keer (door Ans en Bert samen) geraden is, kan de uitkomst bijvoorbeeld AAAA zijn.

Het blokje van Ans ligt dan in ring 4 en dat van Bert ligt nog buiten het bord.

b) Onderzoek of het mogelijk is dat na in totaal vier keer raden het ene blokje in ring 1 ligt en het andere in ring 3. Leg je antwoord uit.

Na in totaal drie keer raden, waarbij Ans begint, zijn er verschillende situaties mogelijk. Hieronder is een begin gemaakt met een tabel waarin deze verschillende situaties zijn weergegeven samen met de stand die dit geeft op het speelbord. Deze tabel moet nog worden aangevuld met een aantal rijen.

Verloop	Ringnummer blokje Ans	Ringnummer blokje Bert
AAA	3	-
AAa	2	-

c) Vul de tabel aan met de nog ontbrekende rijen en vul deze in.

Eigen kansspel

Bedenk nu met je groepje zelf twee kansspelen. Zorg ervoor dat je kansspel niet al te moeilijk is. Zorg dat je je kansspel duidelijk beschrijft. Bereken ook de kans dat je het spel wint.

Groepsopdracht (moeilijkheidsgraad 3)

Wijnkenner

Bij het examen voor vinoloog (wijnkenner) moeten de kandidaten wijnen herkennen door te proeven. De examencommissie heeft 12 wijnen in 4 groepjes van 3 verdeeld. Bij elk groepje liggen 3 kaartjes met de namen van de drie wijnen. De kandidaten moeten bij elk groepje de kaartjes bij de juiste wijn neerleggen.

- a. Een kandidaat staat voor een groepje van 3 wijnen en legt de kaartjes op de gok neer. Er zijn 6 manieren om de kaartjes neer te leggen ($3! = 3 \times 2 \times 1$). Bereken de kans dat de kandidaat 0, 1 of 3 goede antwoorden heeft. Waarom is de kans op 2 goede antwoorden 0?
- b. Bereken de kans dat een kandidaat die bij alle groepjes op de gok de kaartjes neerlegt alle twaalf kaartjes bij de juiste wijn neerlegt. Hint: gebruik onderdeel a. en maak een kansboom.
- c. Om het examen te halen moet je bij 3 van de 4 groepjes alle kaartjes op de juiste plaats neerleggen. Wat is de kans dat je het examen puur op de gok haalt?

Eigen kansspel

Bedenk nu met je groepje zelf twee kansspelen. Zorg ervoor dat je kansspel niet al te moeilijk is. Zorg dat je je kansspel duidelijk beschrijft. Bereken ook de kans dat je het spel wint.

Geschiedenisvraag

Mocht je de boel willen aanvullen met een 'stukje' geschiedenis. Zoek dan eens naar Blaise Pascal, Pierre de Fermat, Christiaan Huygens of Chevalier de Méré. Dit is eigen keuze.