Groepsopdracht: Groeiseizoen

In een vochtig land als Nederland is de lengte van het groeiseizoen van belang. Het groeiseizoen bestaat uit de dagen met een middagtemperatuur boven de 5°C. De jaarlijkse temperatuurschommelingen in Nederland worden beschreven door de formule:

$$T_N = 9,5 + 10,5\sin(\tfrac{\pi}{6}(t-4))$$

In deze formule is T_N de middagtemperatuur in Nederland in °C en t de tijd in maanden vanaf het begin van het jaar. $t = 0$ valt dus samen met 1 januari. Om de berekeningen te vereenvoudigen gaan we ervan uit dat alle maanden uit precies 30 dagen bestaan.

a) Bepaal zonder de GR te gebruiken de maximale en minimale middagtemperatuur in Nederland.

b) Bereken de middagtemperatuur in Nederland die volgens deze formule te verwachten is op 1 april.

c) Op welke dag is de middagtemperatuur in Nederland naar verwachting minimaal?

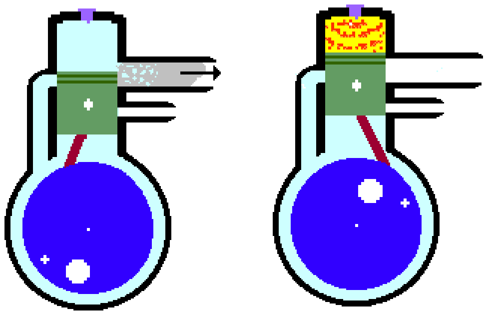
d) Gebruik de formule om te bepalen hoe lang het groeiseizoen in Nederland duurt.

In Hongarije schommelt de middagtemperatuur in een jaar tussen -5°C en 26°C. Je mag veronderstellen dat het jaarlijks maximum (minimum) van de middagtemperatuur op dezelfde dag valt als in Nederland en dat het verloop van de middagtemperatuur in Hongarije sinusvormig is.

e) Stel een formule op van T_H de middagtemperatuur in Hongarije als functie van de tijd t in maanden.

Groepsopdracht: Zuiger

De zuiger in de cilinder van een automotor beweegt recht op en neer (zie de plaatjes).



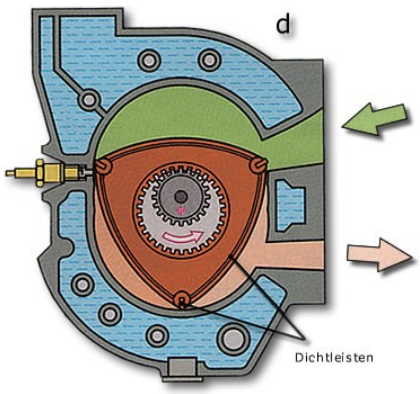
De slag is de afstand tussen de laagste en de hoogste stand van de zuiger. Als de zuiger in de laagste stand staat geven we de ***<u>onderkant</u>*** van de zuiger aan met hoogte nul (h = 0). In de volgende opgaven kijken we naar de hoogte van de ***<u>bovenkant</u>*** van de zuiger.

a) Voor een BMW 525 geldt dat de slag van de zuiger 7,5 cm is, de lengte van de zuiger is 6 cm. Geef een formule voor de hoogte van de bovenkant van de zuiger met *t* in seconden als de zuiger 600 keer per minuut op en neer gaat.

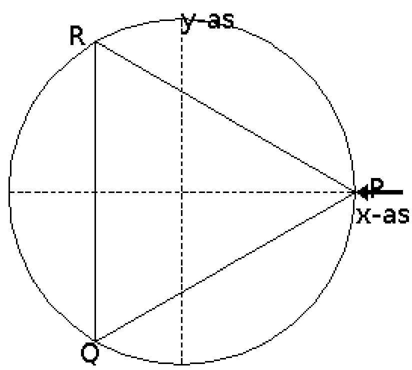
Neem aan dat bovenkant van de zuiger op t = 0 stijgend door de evenwichtsstand gaat.

b) Een Kawasaki-motorfiets maakt 3000 toeren per minuut, de slag is 62 mm en de zuiger is 50 mm lang. Op t = 0 bevindt de zuiger zich in de laagste stand. Geef ook hiervan een formule voor de hoogte van de bovenkant van de zuiger met *t* in seconden.

Mazda was één van de eerste automerken die een zogenaamde wankelmotor op de markt bracht. Hierbij is de “zuiger” een gelijkzijdige driehoek die in een cilinder draait. Zie figuur 1, schematisch ziet het eruit als in figuur 2.



Afbeelding 1



Afbeelding 2

We gaan ervan uit dat het “midden van de driehoek” in O (oorsprong) zit en dat P over de cirkel beweegt. De straal van de cirkel is 8 cm.

c) Als P 15 keer per seconde ronddraait en op *t = 0* naar boven door de x-as draait, geef dan een passende formule voor de y-coördinaat van P.

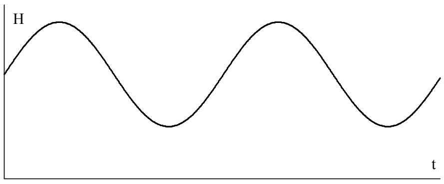
d) Geef ook de formules voor de y-coördinaten van Q en R.

Groepsopdracht: Ademhalen

De hoeveelheid lucht in de longen is bij regelmatige ademhaling een periodiek verschijnsel. Voor een proefpersoon blijkt de ademhaling goed beschreven te worden door de formule:

$H = 1{,}2 + 0{,}6 \sin 1{,}25t$

met *t* in seconden en *H* in liters.



In de grafiek hiernaast zijn twee perioden getekend.

a) Hoe groot is de periode in hele seconden?

b) Hoeveel lucht blijft er bij het uitademen minimaal achter?

c) Bereken de hoeveelheid lucht op $t = 2$. Rond af op één decimaal.

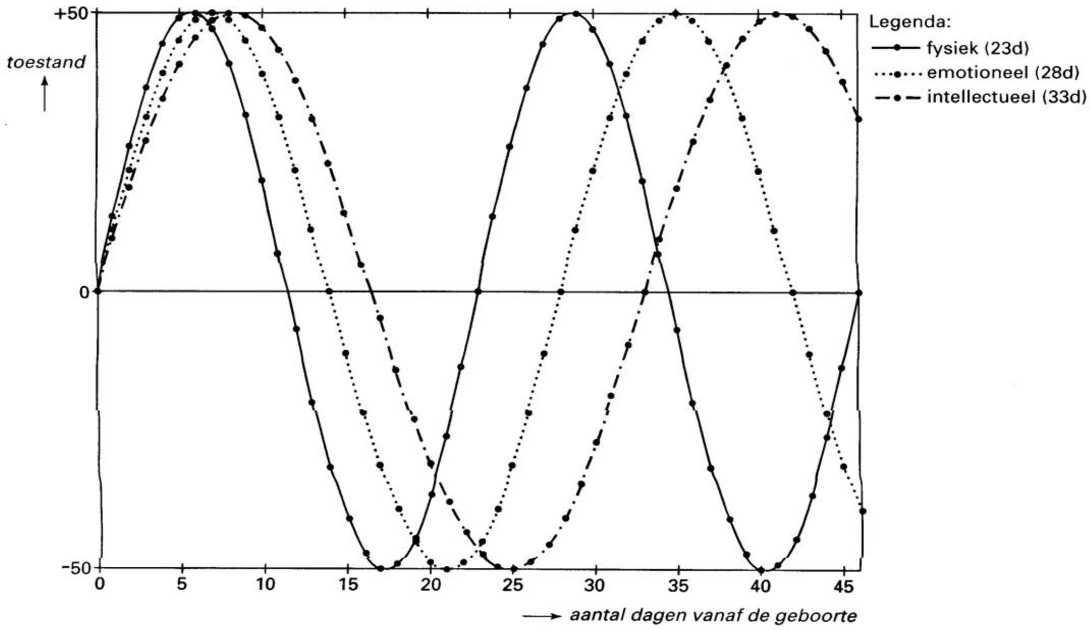
d) Na hoeveel seconden is er voor het eerst 1,5 liter lucht in de longen? Rond af op één decimaal en geef aan hoe je aan je antwoord komt.

De proefpersoon gaat nu een stukje hardlopen. Daardoor gaat zijn ademhaling zo veel sneller dat één periode nog maar 2 seconden duurt. Ook wordt elke ademhaling twee keer zoveel lucht in- en uitgeademd. De gemiddelde hoeveelheid lucht in de longen neemt met 1 liter toe. De formule voor de hoeveelheid lucht in de longen is van de vorm: $H = a + b\sin(ct)$.

e) Bereken *a*, *b* en *c*. Licht toe!

Groepsopdracht: Bioritme

Ons leven wordt beïnvloed door een drietal toestanden: je fysieke, emotionele en intellectuele toestand. Op de ene dag voel je je bijvoorbeeld fysiek beter dan op de andere dag. Deze ‘fysieke toestand’ kun je weergeven op een schaal van –50 (fysiek dieptepunt) tot +50 (fysiek opperbest). Deze fysieke toestand F varieert in de tijd volgens een sinusoïde. Ook de emotionele toestand E en de intellectuele toestand I variëren op een schaal van –50 tot +50 volgens een sinusoïde. Zie de figuur hieronder:



Bij de geboorte van ieder mens zou elke cyclus zich in dezelfde begintoestand bevinden. Tezamen bepalen de drie cycli het zogenaamde bioritme van de mens.

a) Je kunt aflezen dat de intellectuele cyclus zich op haar dieptepunt bevindt zo’n 25 dagen na de geboorte. Hoe kun je hieruit afleiden dat de periode van de intellectuele cyclus 33 dagen is, zoals vermeld rechts naast de grafiek?

b) De emotionele toestand *E* van een pasgeboren baby wordt gegeven door de formule $E=a \sin(bt)$, waarbij t het aantal dagen na de geboorte is. Bereken a en b.

c) Zodra de emotionele toestand beneden de –25 komt, zou het moeilijker worden de emoties onder controle te houden. Hoeveel procent van de periode heeft de emotionele toestand een waarde die kleiner is dan –25? Licht je antwoord toe.

d) Geef een formule voor de intellectuele toestand I van een pasgeboren baby. Gebruik een *cosinus*formule.

e) Petra is geboren op 1 maart 1986. Ze wordt dus 1 maart 2004 precies 18 jaar. Vanaf die dag mag ze dus rijexamen doen. Ze wil dat doen op een dag waarop zowel haar fysieke als intellectuele toestand positief is. De jaren 1988, 1992, 1996, 2000 en 2004 zijn schrikkeljaren. Onderzoek welke de eerste drie dagen van maart 2004 zijn die voor het rijexamen in aanmerking komen.

Groepsopdracht: Sommen en verschillen van goniometrische functies

Gegeven zijn de functies $f(x) = -3 + 2 \cdot \cos(x)$ en $g(x) = -2 + \cos\left(x - \frac{1}{4}\pi\right)$. De somfunctie is $s(x) = f(x) + g(x)$ en de verschilfunctie is $v(x) = f(x) - g(x)$. De grafieken van de somfunctie en de verschilfunctie zijn beide sinusoïden.

a) Schets de grafiek van de somfunctie en de verschilfunctie.

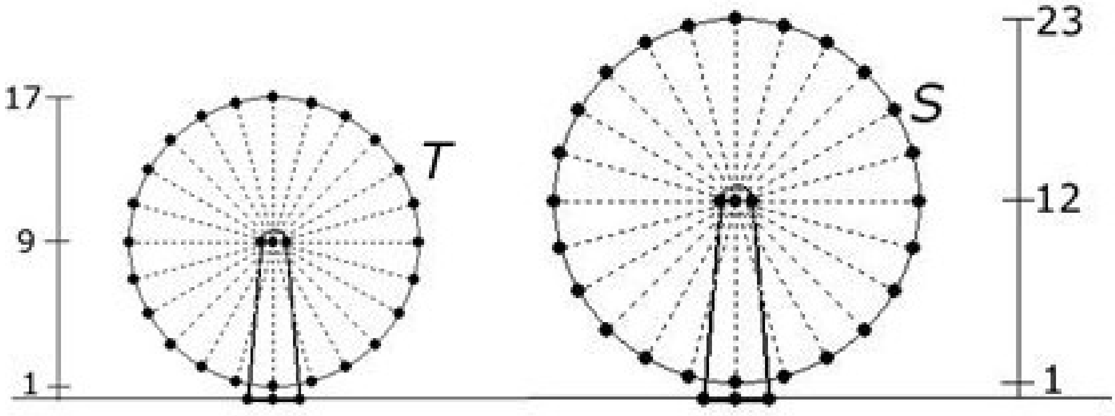
b) Leg uit dat de periode van zowel de som- als de verschilfunctie 2π is.

c) Stel een formule voor de somfunctie op van de vorm $s(x) = a + b \cdot \cos(c(x - d))$. Rond daarbij *b* en *d* af op twee decimalen.

d) Stel een formule voor de verschilfunctie op van de vorm $v(x) = a + b \cdot \sin(c(x - d))$. Rond daarbij *b* en *d* af op twee decimalen.

e) Ook de grafieken van $k(x) = \cos^2(x) = (\cos(x))^2$ en $p(x) = \sin(x) \cdot \cos(x)$ zijn sinusoïden. Stel de formules van deze sinusoïden op in de vorm $k(x) = a + b \cdot \cos(c(x - d))$ en $p(x) = a + b \cdot \sin(c(x - d))$.

Groepsopdracht: Reuzenrad



Afbeelding 3: het kleine en grote reuzenrad

Op de grote kermis in Tilburg staan op veilige afstand twee versies van een kermis-attractie, het reuzenrad. Het grootste van de twee heeft een straal van 11 meter. Het laagste instappunt bevindt zich op 1 meter van de grond. De as van het reuzenrad bevindt zich op 12 meter van de grond. Het grote reuzenrad draait in tegenwijzerrichting in 30 seconden helemaal rond.

a) Bereken in één decimaal nauwkeurig de hoogte van het stoeltje van het grote reuzenrad, dat aangegeven is met de letter *S* in afbeelding 6.

b) Bereken in één decimaal in kilometers per uur de snelheid van een stoeltje van het grote reuzenrad.

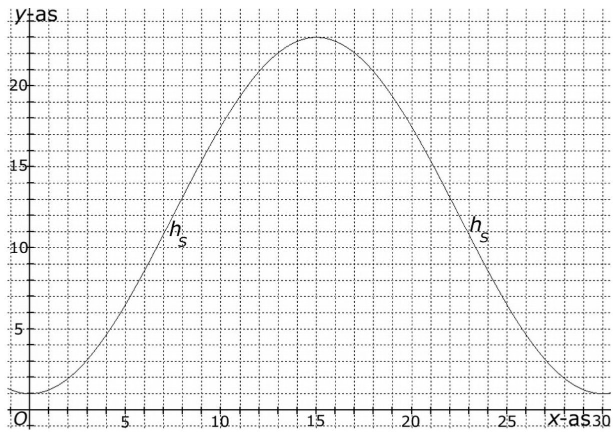
Op *t* = 0 bevindt het stoeltje *S* zich op het laagste punt. In onderstaande grafiek is de hoogte h_S van het stoeltje getekend bij één keer ronddraaien van het reuzenrad.

c) Toon aan, met een goede toelichting, dat een passende formule voor de hoogte h_S in meters als functie van de tijd *t* in seconden is:

$h_S = 12 - 11 \times \cos \frac{1}{15}\pi t$.

d) Geef een tweede passende formule voor h_S van de vorm

$h_S = a + b \times \sin c(t - d)$ met $b > 0$.



Afbeelding 4

Het kleinste reuzenrad heeft een straal van 8 meter. Het laagste instappunt bevindt zich op 1 meter van de grond. De as van het reuzenrad bevindt zich op 9 meter van de grond. Het kleine reuzenrad draait in tegenwijzerrichting in 20 seconden helemaal rond.

Op *t* = 0 bevindt het stoeltje *T* zich op het laagste punt.

e) Bereken welk stoeltje (*S* of *T*) de grootste afstand heeft afgelegd als beide reuzenraderen 4 minuten hebben rondgedraaid en bereken hoeveel meter meer, afgerond op 2 decimalen dit is.

Groepsopdracht: Het getij

informatiebronnen: http://www.getij.nl

In veel wiskundeboeken worden periodieke functies geïntroduceerd met behulp van getijgrafieken.

Opdracht 1

a) Welke factoren spelen zoal een rol bij het ontstaan van eb en vloed?

b) Hoe komt het dat het verschil tussen eb en vloed op sommige plaatsen veel groter is dan op andere plaatsen?

c) Print de tabel en grafiek die de hoog- en laagwaterstanden in Vlissingen weergeven, en maak een zo goed mogelijk passende sinus- of cosinusformule bij deze tabel en grafiek. Vermeld datum en tijdstip bij de tabel en-grafiek.

d) Doe hetzelfde voor de waterstanden in Den Helder.

e) Geef een verklaring voor de verschillen in de grafieken van Vlissingen en Den Helder.

Opdracht 2

Schrijf een artikeltje over een praktische toepassing van sinus- of cosinusformules. Kijk daarvoor bijvoorbeeld eens in het biologie-, natuurkunde- of scheikundeboek.

Je kunt natuurlijk ook op internet naar voorbeelden van sinus- of cosinustoepassingen zoeken.