Deze toets bestaat uit 10 opgaven. Voor elk onderdeel is aangegeven hoeveel punten kunnen worden behaald. Er zijn maximaal 36 punten te behalen. Antwoorden moeten altijd zijn voorzien van een *berekening, toelichting of argumentatie*.

Basiskennis

Gegeven is een eenheidscirkel met oorsprong $O(0,0)$.

2p 1. Het punt A ligt op de eenheidscirkel en het lijnstuk OA maakt een hoek van 2,3 radialen met de x-as. Hoeveel graden is deze hoek? Schrijf je berekening op en rond af op 1 decimaal.

De lengte van de cirkelboog is gelijk aan de hoek in radialen.

3p 2. Het punt $B(0{,}45; 0{,}89)$ ligt op de eenheidscirkel. Bereken de lengte van de kortste cirkelboog AB.

5p 3. Van een driehoek ABC geldt dat $a = 10$, $b = 7$ en c onbekend. Voorts weten we dat hoekpunt A 71 graden is. Schets de situatie en bereken overige hoeken en zijden. Rond alles af op 1 decimaal.

Sinusoïden

Gegeven is de formule: $h(x) = 3\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.

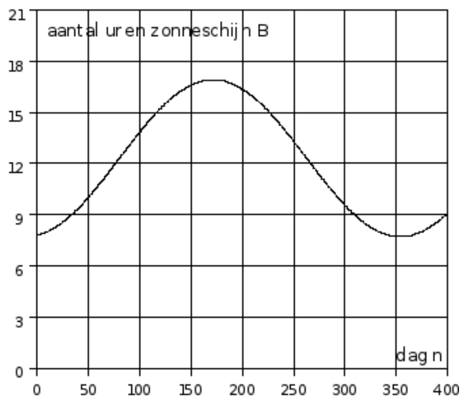
4p 4. Teken de grafiek van deze formule op domein $[-\pi, \pi]$. Geef duidelijk aan hoe de tekening ontstaat.

4p 5. Los algebraïsch op: $h(x) = g(x)$, met $g(x) = 3\cos(\pi - x)$.

3p 6. Geef de evenwichtsstand, de amplitude en de periode van de formule $k(x) = \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$ als men eerst een translatie $T(\pi, 3)$ uitvoert en daarna vermenigvuldigt met 5 t.o.v. de x-as.

Zonneschijn

Bij het ontwerpen van gebouwen besteedt men aandacht aan de mogelijke bezonning. Daarbij gaat men uit van een altijd wolkeloze hemel. In deze opgave beperken we ons tot gebouwen met rechte verticale gevels die niet in de schaduw staan van andere objecten. Verder gaan we uit van een jaar met 365 dagen. In de grafiek is het dagelijks aantal uren zonneschijn B bij een wolkeloze hemel uitgezet tegen het nummer van de dag n voor plaats X; hierbij geldt $n = 1$ voor 1 januari. Er geldt:



$$B(n) = 12{,}3 + 4{,}6 \sin\left(\frac{2\pi}{365}(n - 80)\right)$$

met $n = 1, 2, \ldots, 365$.

3p 7. Bereken zonder grafische rekenmachine het maximum- en minimumaantal uren zonneschijn.

Op 30 januari komt de zon op om 8:27.

4p 8. Bereken het tijdstip waarop de zon ondergaat op 30 januari in minuten nauwkeurig.

4p 9. Bereken gedurende hoeveel dagen per jaar de zon langer dan 14 uur schijnt.

Voor plaats Y geldt dat:

- de gemiddelde temperatuur dezelfde is als voor plaats X;
- het maximaal en minimaal aantal uren zonneschijn 0,7 meer afwijkt van het gemiddelde;
- het maximum aantal uren zonneschijn 3 dagen eerder valt.

4p 10. Geef een formule voor het aantal uren zonneschijn voor plaats Y. Hierbij geldt weer dat $n = 1$ op 1 januari en $n = 1, 2, \ldots, 365$.

Deze toets bestaat uit 12 opgaven. Voor elk onderdeel is aangegeven hoeveel punten kunnen worden behaald. Er zijn maximaal 26 punten te behalen. Antwoorden moeten altijd zijn voorzien van een *berekening, toelichting of argumentatie*.

Basiskennis

Gegeven is een eenheidscirkel met oorsprong $O(0,0)$.

2p 1. Het punt A ligt op de eenheidscirkel en het lijnstuk OA maakt een hoek van 2,3 radialen met de x-as. Hoeveel graden is deze hoek? Schrijf je berekening op en rond af op 1 decimaal.

3p 2. Het punt $B(0{,}45; 0{,}89)$ ligt op de eenheidscirkel. Bereken de lengte van de kortste cirkelboog AB.

3p 3. Van een driehoek ABC geldt dat $a = 10$, $b = 7$ en c onbekend. Voorts weten we dat hoekpunt A 71 graden is. Schets de situatie en bereken overige hoeken en zijden. Rond alles af op 1 decimaal.

2p 4. Vul in: $3\sin\left(3x - \frac{\pi}{4}\right) = \ldots\cos(\ldots x \pm \ldots)$ (vervang ook de $\pm$ door het passende teken)

Sinusoïden

Gegeven is de formule: $h(x) = 3\cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$.

4p 5. Teken de grafiek van deze formule op domein $[-\pi, \pi]$. Geef duidelijk aan hoe de tekening ontstaat.

Gegeven de tweede functie $g(x) = 3\cos\left(x + \frac{2\pi}{3}\right)$.

5p 6. Los $h(x) = g(x)$ algebraïsch op binnen domein $[0, \pi]$.

3p 7. Geef de evenwichtsstand, de amplitude en de periode van $h(x)$ als men eerst een translatie $T(\pi, 3)$ uitvoert en daarna vermenigvuldigt met -1 t.o.v. de x-as.

Goniometrische vergelijking

Los algebraïsch op.

4p 8. $\sin(2x - \pi)^2 = \sin(2x - \pi)$

Schaduw van een balk (bewerkte Examenvraag 2007-II)

Bij een practicumproef draait een doorzichtige cirkelvormige schijf in een verticaal vlak om zijn middelpunt M. Deze schijf heeft een straal van 1 meter. Tussen twee punten op de rand van de schijf wordt een staaf AB met lengte $\sqrt{2}$ meter bevestigd. De punten op de rand van de schijf hebben een constante snelheid van 1 m/s. Het geheel wordt beschenen door een bundel verticaal invallende evenwijdige lichtstralen. In deze opgave bekijken we de lengte van de schaduw $A'B'$ van de staaf op de grond.

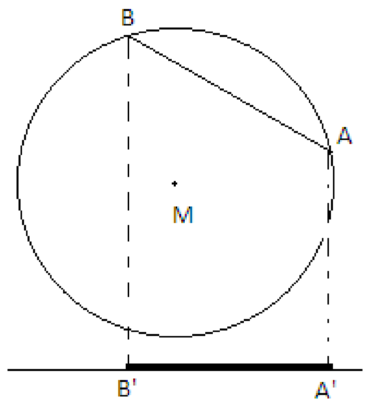
We maken een wiskundig model bij deze proef. We kiezen het assenstelsel in het draaivlak van de schijf, met de x-as langs de grond en de y-as door het middelpunt M van de schijf.

De bewegingsvergelijkingen van A en B zijn:

$$x_A = \cos t \qquad x_B = -\sin t \qquad (1)$$

$$y_A = 1{,}2 + \sin t \qquad y_B = 1{,}2 + \cos t \qquad (2)$$

Hierbij zijn x en y in meter en is t in seconde. In de figuur staat een vooraanzicht van de situatie op een zeker tijdstip. Op dat tijdstip geldt $y_A = 1{,}35$. Het bijbehorende tijdstip bepaal je door de vergelijking op te lossen: $1{,}2 + \sin(t) = 1{,}35$.



Schaal 1:50

2p 9. Bereken de hoek in graden die de lijn AM maakt met de horizontale lijn door M.

3p 10. Bereken de lengte van de boog AB.

3p 11. Bereken voor het aangegeven tijdstip (tekening) de lengte van de schaduw $A'B'$.

3p 12. Geef de coördinaten van de punten A en B bij een maximale schaduw.

2p 13. **(Bonus)** Op $t = 0$ start A in het punt $(1; 1{,}2)$. Ontwikkel een formule die de lengte van de schaduw voor kan stellen, met t de tijd in seconden.