

De (co)tangens onderzocht

Tijdens de periode komt de tangens maar weinig aan bod. In dit werkstuk ga je de tangens wat verder verkennen.

1. Teken een eenheidscirkel en daarnaast de lijn $l : x = 1$. Dit is een raaklijn aan de cirkel. (Waarom?) Teken een willekeurige hoek α , trek de lijn vanuit de oorsprong door totdat deze l snijdt.
 - a) Bewijs dat het stuk van l tussen dit snijpunt en de x -as $\tan \alpha$ is.
 - b) Zoek de betekenis van het woord 'tangere' op. Kan je de naam van de tangens nu verklaren?
2. Teken de grafiek van $\tan \alpha$ op het domein $[-2\pi, 2\pi]$.
3. Analyseer de functie: waar liggen maxima en minima, asymptoten en buigpunten? Wat is de periode? Leg uit dat de begrippen evenwichtsstand en amplitude hier geen zin hebben.
4. Bewijs de som-, verschil- en verdubbelingsformules voor de tangens door gebruik te maken van de som- en verdubbelingsformules van sinus en cosinus (bedenk dat $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$):

$$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \quad (1)$$

$$\tan(\alpha - \beta) = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} \quad (2)$$

$$\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \quad (3)$$

5. Bepaal de afgeleide van de tangens. Hiervoor kan je verschillende methodes gebruiken: vanuit de definitie met behulp van eerst de bovenstaande somformule en dan de limieten $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ en $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} = 1$ die we in de les behandeld hebben; of met de kettingregel door wederom $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$ te gebruiken.
Geef een bruikbare vorm met \tan en één met \cos .
De Engelse Wikipedia bevat een uitgebreide pagina over de afgeleide van sinus, cosinus en tangens.
6. Vroeger werd er ook gebruik gemaakt van cotangens, secans en cosecans. En nog eerder ook van (halve) (co)sinus versus, en ex(co)secans. Zoek op wat daarvan de definities zijn en leg uit waarom deze vandaag de dag in onbruik zijn geraakt. Met de cotangens is een mooie vorm voor de afgeleide van de tangens te vinden. Zoek deze.
7. **(Extra:)** Schrijf een stuk over het ontstaan en geschiedenis van de goniometrische functies.