

Parametervoorstellingen en Lissajous-figuren

In dit werkstuk ga je het begrip 'parametervoorstelling' verkennen en maak je kennis met een zeer mooie toepassing hiervan.

Een parametervoorstelling is een beschrijving van een kromme in een (x,y) -assenstelsel. Je kan de parameter opvatten als de tijd (vandaar wordt vaak de letter t gekozen), dan beweegt een punt in de tijd door het assenkruis. Doordat het een spoor achterlaat, ontstaat een kromme. De parameter is meestal beperkt tot een bepaald domein.

Eerst oefen je het tekenen van krommen met een parametervoorstelling, daarna verkennen we Lissajous-figuren. Doe daarnaast opzoekwerk naar Lissajous. Kan je ook ontdekken wanneer parametervoorstellingen voor het eerst gebruikt zijn en enkele toepassingen geven?

1. Hieronder zie je tien parametervoorstellingen van krommen. Telkens is het domein $[0, 2\pi]$. Doorloop telkens de volgende stappen:

A De kromme ligt binnen de rechthoek $\dots \leq x \leq \dots$ en $\dots \leq y \leq \dots$

B Als t loopt van 0 tot $\frac{1}{2}\pi$ dan neemt $x(t)$ af/toe van \dots tot \dots en $y(t)$ af/toe van \dots tot \dots . Analoog voor $\frac{1}{2}\pi < t < \pi$, $\pi < t < \frac{3}{2}\pi$ en $\frac{3}{2}\pi < t < 2\pi$. Voor sommige krommen zal je kleinere stappen nodig hebben, of zelfs verschillend grote stappen voor x en y .

C Bepaal (exact!) de snijpunten met de x -as en de y -as.

D Schets de kromme.

E Plot de kromme en test of je schets klopt. (Alle voorgaande stappen dus zonder GRM!)

a) $K : \begin{cases} x(t) = \cos t \\ y(t) = \sin t \end{cases}$

f) $K : \begin{cases} x(t) = 2 \cos 2t \\ y(t) = 3 \sin t \end{cases}$

b) $K : \begin{cases} x(t) = \sin t \\ y(t) = \cos t \end{cases}$

g) $K : \begin{cases} x(t) = 5 \cos 2t \\ y(t) = 3 \sin 2t \end{cases}$

c) $K : \begin{cases} x(t) = \cos 2t \\ y(t) = \sin t \end{cases}$

h) $K : \begin{cases} x(t) = 2 + 3 \cos t \\ y(t) = 1 + \sin t \end{cases}$

d) $K : \begin{cases} x(t) = 2 \cos t \\ y(t) = \sin 2t \end{cases}$

i) $K : \begin{cases} x(t) = 2 + \cos 3t \\ y(t) = 4 - 3 \sin 2t \end{cases}$

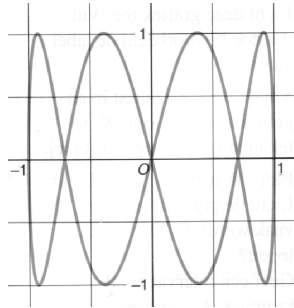
e) $K : \begin{cases} x(t) = \sin 2t \\ y(t) = \cos 3t \end{cases}$

j) $K : \begin{cases} x(t) = 5 + 2 \sin 3t \\ y(t) = 4 - \cos 2t \end{cases}$

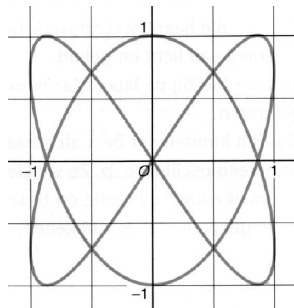
2. Zoek een pv voor elk van de krommen $y = x$, $y = x^2$, $y = e^x$. Kan je voor $y = x$ ook een pv vinden die gebruik maakt van \sin ?

Parametervoorstellingen en Lissajous-figuren

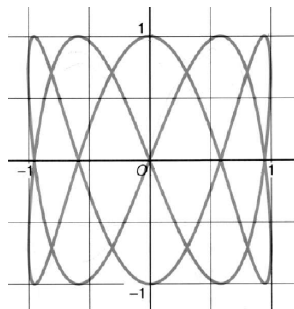
3. De pv van de kromme hieronder is van de vorm: $K : \begin{cases} x(t) = \sin t \\ y(t) = \sin ct \end{cases}$ met t op $[0, 2\pi]$.
Geef c .



4. De pv van de kromme hieronder is van de vorm: $K : \begin{cases} x(t) = \sin at \\ y(t) = \sin bt \end{cases}$ met t op $[0, 2\pi]$.



- a) Geef a en b .
b) Bereken bij welke t -waarden x of y een extreme waarde heeft.
5. De pv van de kromme hieronder is van de vorm: $K : \begin{cases} x(t) = \sin at \\ y(t) = \sin bt \end{cases}$ met t op $[0, 2\pi]$.



- a) Geef a en b .
b) Bereken bij welke t -waarden x of y een extreme waarde heeft.