

Middelpunts- en omtrekshoeken

Bij het bewijzen van de sinusregel hebben we de hoofdeigenschap van omtreks- en middelpuntshoeken voor gegeven aangenomen. Deze ga je nu bewijzen.

De eigenschap luidt: Een omtrekshoek is half zo groot als de middelpuntshoek die op dezelfde boog staat.

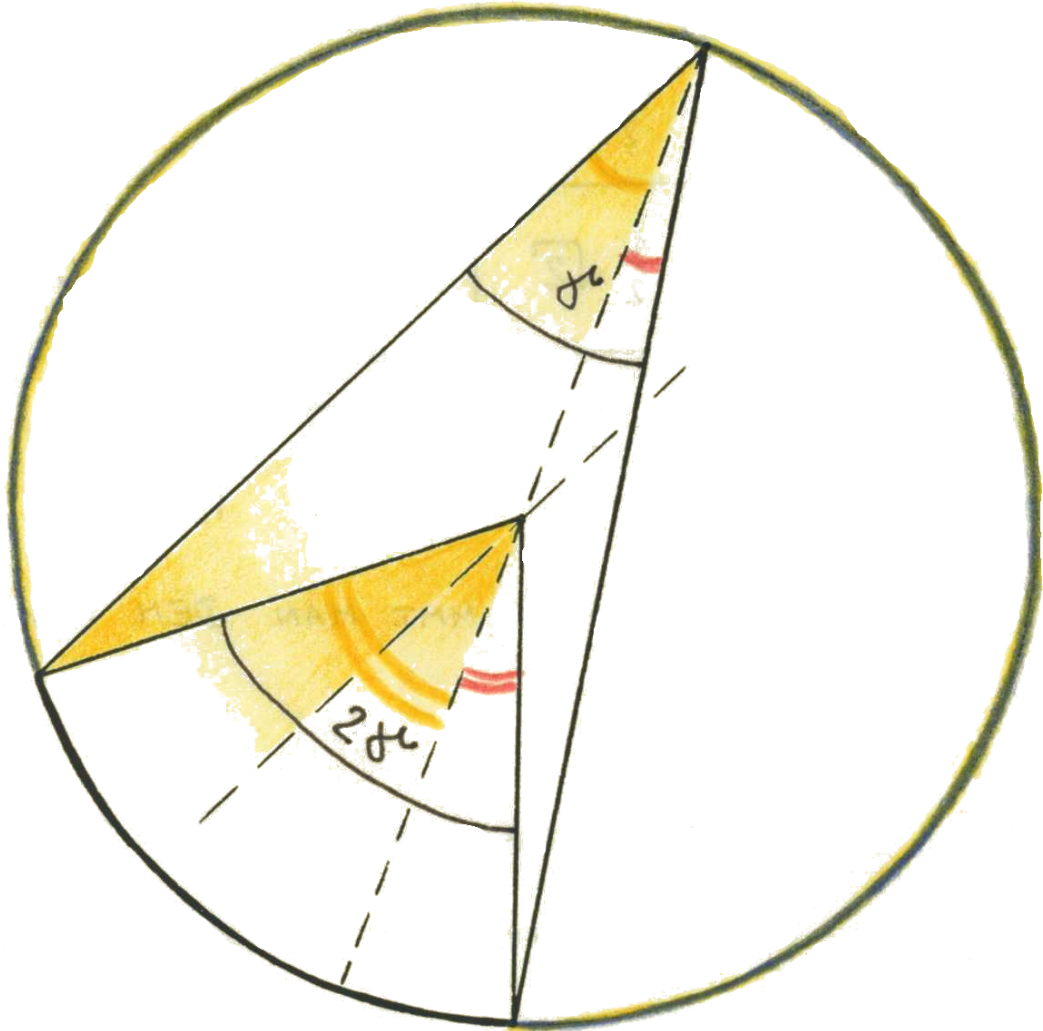
We werken steeds in een cirkel met middelpunt M . Op die cirkel staan twee punten A en B . Deze punten bepalen een boog, de boog AB . Tenzij expliciet vermeld, mag je ervan uitgaan dat steeds de kortste cirkelboog bedoeld wordt.

In opgave 1 en 2 bewijs je de eigenschap in 3 stappen. Je kan het ook in één keer proberen met opgave 6

1. Bewijs eerst het speciale geval dat één arm van de omtrekshoek door het middelpunt van de cirkel gaat. Kies het punt V op de omtrek dus recht tegenover B . Gebruik dat driehoek MAV gelijkbenig is.
2. Als punt V niet precies tegenover B (of A) ligt, kan je de vorige figuur 2 keer ontdekken door een lijn vanuit V door M te trekken. Neem eerst het geval dat deze lijn tussn A en B de overkant van de cirkel bereikt, dan het geval dat dit snijpunt buiten cirkelboog AB ligt.
3. Nu kan je heel makkelijk de stelling van Thales bewijzen. Kies voor AB de halve cirkelboog.
4. Verder volgt ook de zogenaamde 'constantehoekstelling': Omtrekshoeken die op dezelfde boog staan, zijn even groot. Bewijs deze. Kan je een toepassing bedenken? (Werd heel vroeger gebruikt in de scheepvaart.)
5. **(Extra:)** Tot slot de 'stelling van de koordenvierhoek': De overstaande hoeken van een koordenvierhoek zijn supplementair. Zoek hiertoe zelf op wat een koordenvierhoek is en wat supplementaire hoeken zijn. Zoek een passend plaatje.

Middelpunts- en omtrekshoeken

6. Je kan de hoofdeigenschap ook rechtstreeks bewijzen met het volgende plaatje. Gebruik Z- en F-hoeken. Merk op dat de ene stippellijn door het middelpunt van de cirkel gaat en de andere evenwijdig aan een been van de omtrekshoek.



7. Rond het geheel af met wat recherche naar geschiedenis en gebruik van deze stelling.

Als de beschrijvingen te abstract zijn, kan je de Wikipedia-pagina over 'Middelpuntshoek en omtrekshoek' ter hulp nemen, maar daar staat alles erg gedetailleerd uitgewerkt, dus dat zou jammer zijn, het is dus een noodoplossing.