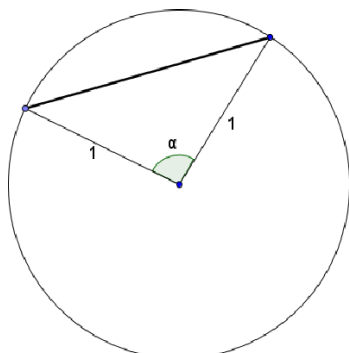
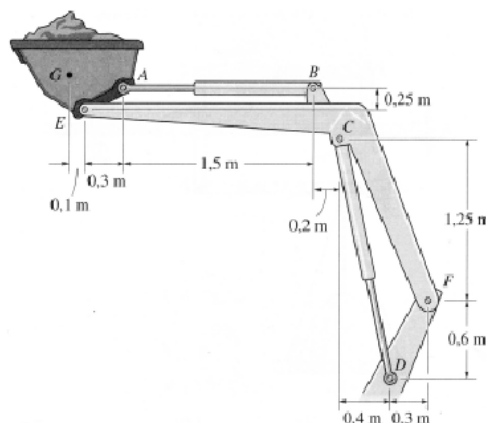


## Hoekberekening in de vlakke meetkunde



Figuur 1: Koorde in cirkel



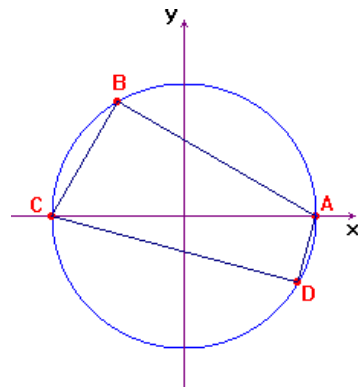
Figuur 2: Kraanarm

1. De Griekse astronoom Ptolemeus (ca. 85–150 na Chr.) berekende planeetbanen. Als hulpmiddel ontwikkelde hij koordentafels waarin hij lengten van koorde in de eenheidscirkel tot op vijf decimalen nauwkeurig berekende. In fig. 1 zie je een voorbeeld van een koorde.
  - a) Als je hoek  $\alpha$  kent, dan kun je de lengte van de koorde berekenen. Hoe lang is de koorde als  $\alpha = 40^\circ$ ?
  - b) Omgekeerd kun je  $\alpha$  berekenen als je de lengte van de koorde kent. Bereken  $\alpha$  in graden nauwkeurig als de koorde 1,5 lang is.
  - c) **vwo**: Geef een uitdrukking in  $\alpha$  voor de lengte van de koorde.
  - d) Op een willekeurige cirkel ligt een koorde met middelpuntshoek  $20^\circ$  en lengte 5. Bereken de straal van de cirkel.
2. Een kast van 100 cm hoog en 40 cm diep wordt voorwaarts gekanteld. De kast staat onder een hoek van  $55^\circ$  met de grond. Bereken de hoogte van het hoogste punt van de kast.
3. Een schuifladder staat tegen de muur. In helemaal uitgeschoven toestand staat hij onder een hoek van  $29^\circ$  t.o.v. de muur. Helemaal ingeschoven, met het voetstuk op dezelfde plaats, staat de ladder onder een hoek van  $53^\circ$ . Hij raakt de muur dan op een hoogte van 5 meter.
  - a) Bereken de maximale lengte van de ladder.
  - b) Bereken de maximale hoogte waarop de ladder de muur raakt (het voetstuk blijft op zijn plaats).
4. Bereken bij fig. 2 de hoek tussen de staven  $CD$  en  $DF$ .

## Hoekberekening in de vlakke meetkunde

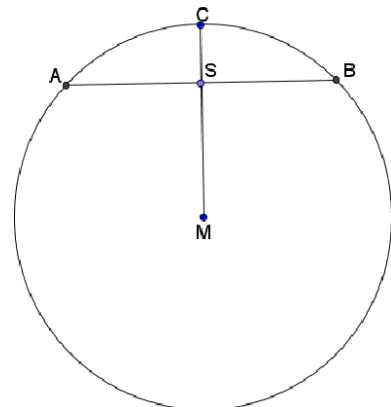
5. a) Teken een gelijkzijdige driehoek met zijden 2.  
 b) Bereken hiermee de exacte waarden van de sinus, cosinus en tangens voor de hoeken  $30^\circ$  en  $60^\circ$ .  
 c) Teken een gelijkbenige rechthoekige driehoek met rechthoekszijden 1 en bereken hiermee de waarden voor  $45^\circ$ .  
 d) Met een hele lange dunne driehoek kan je beredeneren wat de waarden voor de hoeken  $0^\circ$  en  $90^\circ$  zouden moeten zijn. Probeer eens.  
 e) Zet je resultaten in een tabel. Zie je de regelmaat?

6. Hiernaast zie je een assenstelsel getekend. De punten  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  liggen op een cirkel om de oorsprong met straal 1. De hoeken die de stralen naar  $A$ ,  $B$ ,  $C$  en  $D$  maken met de positieve helft van de  $x$ -as zijn  $0^\circ$ ,  $120^\circ$ ,  $180^\circ$  en  $330^\circ$ . Bereken de oppervlakte van het vierhoek  $ABCD$ . (vwo:) geef een exact antwoord!



Een vierhoek waarvan de hoekpunten op een cirkel liggen heet ook wel een **koordenvierhoek**.

7. **Raadsel van een forum:** Gegeven is de straal  $MS$  die loodrecht op de koorde  $AB$  staat. We noteren de lengte van de koorde  $AB$  met  $k$  en de straal van de cirkel met  $R$ . Verder noteren we de lengte van  $CS$  met  $h$ .



Toon aan dat:

$$R = \frac{k^2}{8h} + \frac{h}{2}$$

Hint: Er geldt  $SM = Rh$  en gebruik de rechthoekige driehoek  $MSB$  en de stelling van Pythagoras om een vergelijking in  $R$  op te stellen.

## Oplossingen

- |  |                 |                                  |
|--|-----------------|----------------------------------|
| 1. a) 0,68                                   | 2. 104 cm       | 5. * (controleer met de GRM)     |
| b) $97,18^\circ$                             | 3. a) 13,68 m   | 6. $\frac{\sqrt{3}+1}{2} = 1,36$ |
| c) $k = 2 \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ | b) 11,97 m      | 7. *                             |
| d) 14,4                                      | 4. $38,8^\circ$ |                                  |