

Deze toets bestaat uit 15 opgaven. Voor elk onderdeel is aangegeven hoeveel punten kunnen worden behaald. Er zijn maximaal 47 punten te behalen. Antwoorden moeten altijd zijn voorzien van een *berekening, toelichting of argumentatie*.

---

## Vergelijkingen

Los exact op:

2p 1.  $5^{x-1} = 125$

3p 2. (Nog wat te hoog niveau, 12e klas)  $^2 \log(x+1) - ^{0,5} \log(x-1) = 3$

4p 3.  $2 \cdot \sin\left(2x - \frac{1}{4}\pi\right) = -\sqrt{3}$

Herschrijf in de vorm  $N = b \cdot g^t$ :

3p 4.  $W = 12,7 \cdot 2^{3x-6}$

## Raaklijnen

Gegeven de functie  $f(x) = x^3 + 4x^2 - 0,5x - 4$ .

De lijn  $k$  raakt de grafiek van  $f$  in het punt  $x = -3$

3p 5. Stel de vergelijking van de raaklijn  $k$  op.

3p 6. De lijn  $l$  raakt  $f$  in  $B(0, -4)$ . Bereken het snijpunt van lijnen  $l$  en  $k$ .

## Twee exponentiële functies (nog wat te hoog niveau, 12e klas)

Gegeven zijn de functies  $f(x) = 2^x$  en  $g(x) = 5 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^x$ .

5p 7. Bereken algebraïsch de coördinaten van de snijpunten  $S$  en  $T$ .

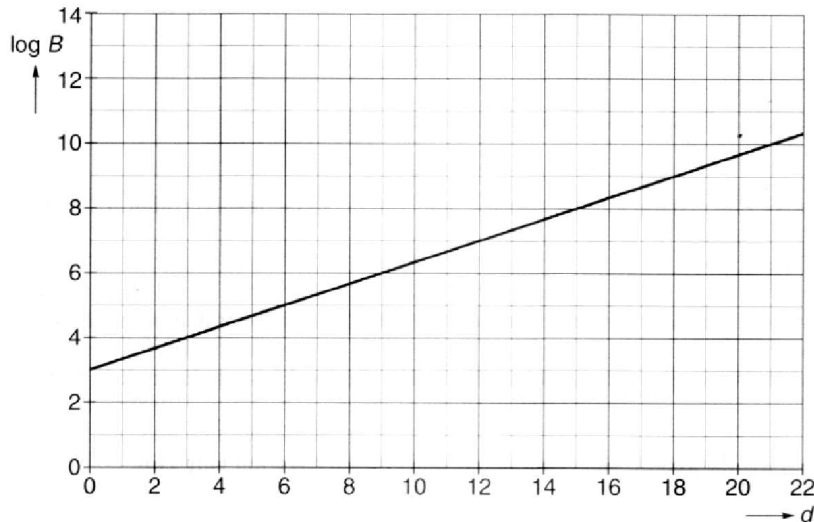
De grafiek van  $g$  ontstaat uit de grafiek van  $f$  door een vermenigvuldig ten opzichte van de  $y$ -as met **I**, vervolgens een vermenigvuldiging ten opzichte van de  $x$ -as met **II** en tot slot een translatie over de vector (**III**, **IV**).

4p 8. Geef de getallen die op de plaatsen **I**, **II**, **III** en **IV** hierboven moeten staan.

## Bederf in de koelkast

Nog steeds stellen veel Nederlandse huishoudens hun koelkast in op een te hoge temperatuur. Hierdoor kunnen producten eerder bederven dan de houdbaarheidsdatum aangeeft. Omdat de consument steeds vaker verse producten wenst, wordt er veel onderzoek gedaan naar de houdbaarheidsdatum van producten die kunnen bederven. Een van die onderzoeken betreft het aantal pseudomonas-bacteriën per kilogram verse kip.

In de onderstaande figuur en in opgave 10 bekijken we de resultaten van een proef waarbij kip werd bewaard in de koelkast die op  $0^{\circ}\text{C}$  is ingesteld. Er werd bijgehouden hoe het aantal bacteriën  $B$  per kilogram kip zich ontwikkelde. Om alle gegevens in één grafiek overzichtelijk te presenteren is de logaritme van  $B$  uitgezet tegen het aantal dagen  $d$  vanaf het begin van de koeling.



Volgens de Warenwet mogen er ten hoogste 50 miljoen bacteriën aanwezig zijn per kilogram kip. Zijn er meer bacteriën aanwezig dan wordt het kippenvlees afgekeurd en mag het niet meer gegeten worden.

- 4p 9. Onderzoek met behulp van de grafiek of de kip na 10 dagen koelen op  $0^{\circ}\text{C}$  nog gegeten mag worden.

Één kilogram kippenvlees dat 1000 pseudomonas-bacteriën bevat, wordt in een koelkast bewaard. De volgende formule geldt:

$$\log(B) = \frac{1}{3} \cdot 1,32^t \cdot d + 3.$$

Hierin is  $B$  het aantal bacteriën,  $t$  de temperatuur in de koelkast in  $^{\circ}\text{C}$  en  $d$  het aantal dagen dat de kip in de koelkast wordt bewaard.

De kip blijkt, bij een bepaalde vaste temperatuurinstelling, na precies twee dagen 50 miljoen bacteriën te bevatten.

- 4p 10. Bereken op welke temperatuur de koelkast is ingesteld. Geef je antwoord in gehele graden Celsius nauwkeurig.

Uit de formule is af te leiden dat bij elke waarde van  $t$  het verband tussen  $B$  en  $d$  exponentieel is. Neem aan dat de koelkast is ingesteld op  $4^{\circ}\text{C}$ .

- 5p 11. Geef door algebraïsch herleiden aan hoe dit exponentiële verband er dan uitziet. Rond de groeifactor af op twee decimalen en geef je beginwaarde in gehelen.

## Ventilator

Aan een ventilator zitten drie bladen, om de  $120^\circ$  graden gemonteerd.

De bladlengte is 20 cm. Bij een bepaalde stand draaien de bladen 20 keer rond in 1 seconde. Men kan de hoogte van één van de drie bladuiteinden ook voorstellen door een sinusfunctie. De as zit op 30 cm hoogte.

- 2p 12. Bereken de periodeduur  $T$ .
- 3p 13. Men denkt zich een assenstelsel bij de ventilator, zó dat de oorsprong bij de grond zit, en de  $y$ -as gelijkloopt met de verticale lijn door de as. De eenheid van de  $y$ -as is in cm, de  $t$ -as in seconden.
- Geef een formule die de hoogte van de bladtip beschrijft, startende vanuit de (bekende) positie (20, 30).
- 2p 14. Geef een formule van één van de andere bladtippen.
- 2p 15. Met een verfkwast zet men op 5 cm van de as een rode stip op één van de bladen.
- Geef een formule met een cosinus die de hoogte van de rode stip beschrijft.

## Oplossingen

1.  $x = 4$
2.  $x = \pm 3$
3.  $x = -\frac{\pi}{24} + k \cdot \pi$  OF  $x = \frac{19}{24}\pi + k \cdot \pi$
4.  $W = 12,7/64 \cdot 8 \approx 0,2 \cdot 8^x$
5.  $k : y = 2,5x + 14$
6.  $l : y = -0,5x - 4, (-6, -1)$
7.  $x = 0 \vee x = 2$
8. **I** = -1, **II** = -4, **III** = 0, **IV** = 5
9. 14 dagen, dus ja
10. 7 °C
11.  $B = 10^3 \cdot \left(10^{\frac{1}{3}} \cdot 1,32^4\right)^d \approx 1000 \cdot 10,28^d$
12.  $T = \frac{1}{20}$  s
13. Vraag is eigenlijk dubieus: ik had er al 'hoogte van de' aan toegevoegd, maar dan is het raar om te beginnen bij (20, 30). Om de positie in een  $x, y$ -assenstelsel te beschrijven zou je een parametervoorstelling nodig hebben:
 
$$\begin{cases} x(t) = 20 \cos(t) \\ y(t) = 30 + 20 \sin(t) \end{cases}$$

Maar ik interpreteer de bedoeling om alleen maar de formule  $y = 30 + 20 \sin(10\pi x)$  op te stellen.
14.  $y = 30 + 20 \sin(10\pi(x - \frac{2}{3}\pi))$  (+ is de andere)
15.  $y = 30 + 5 \cos(10\pi x)$  (ervan uitgaande dat het blad met de stip bovenaan begint, daar is geen uitspraak over gedaan, dus kan je kiezen)